MATHEMATIK

FÜR HÖHERE TECHNISCHE LEHRANSTALTEN

Lösungen zu Band 3

bearbeitet von

Andreas PLIHAL
und der
Verlagsredaktion Mathematik

RENIETS VERLAG

Gedruckt auf chlorfrei gebleichtem Papier

Mit Bescheid des Bundesministeriums für Unterricht und kulturelle Angelegenheiten vom 26. April 2000, GZ 41.546/1-III/D/13/98, gemäß Lehrplänen 1997 und 1998 als für den Unterrichtsgebrauch an Höheren technischen und gewerblichen Lehranstalten für den III. Jahrgang und gemäß den derzeit geltenden Lehrplänen an Höheren land- und forstwirtschaftlichen Lehranstalten für den III. Jahrgang im Unterrichtsgegenstand Mathematik und angewandte Mathematik geeignet erklärt.

Es ist vorgesehen, dass dieses Lösungsheft zur Kontrolle und nicht zum Abschreiben verwendet wird. Demgemäß ist keine Lösung angegeben, wenn dadurch der Rechen- bzw. Gedankengang vorweg genommen wird.

Bei den im Schulbuch Nr. 5.599 „SCHALK – STEINER, Mathematik für Höhere technische Lehranstalten, Band 3" blau gekennzeichneten Aufgaben bzw. Aufgabenteilen wird der Lösungsweg vollständig dargestellt.

An der Zusammenstellung des vorliegenden Bands nach den HTL-Lehrplänen 1997 und 1998 haben Anton BURGER, Adnan IBICH und Monika WATZLAWEK von der Verlagsredaktion Mathematik der RENIETS VERLAG GmbH mitgewirkt.

Autoren und Verlag danken Brigitta HAVLIK für die Überlassung von Aufgabenmaterial.

Einband des Schulbuchs Nr. 5.599: IBM Computerkunst, Komposition von Jean-Claude HALGAND (Frankreich)

Schulbuch-Nr. 5.600
ISBN-13: 978-3-900648-67-1
ISBN-10: 3-900648-67-0

1. Auflage 1988
3. Auflage 2000, Nachdruck 2007. Alle Drucke der 3. Auflage sind nebeneinander verwendbar.

WICHTIGER HINWEIS: Nach den Lehrplänen ab 1997 ist nur mehr die 3. Auflage zu verwenden.

Satz, Computergrafik und Druck: ERNST BECVAR GMBH, Wien

INHALTSVERZEICHNIS

1.

	a_1	d	n	a_n	s_n
a)	4	5	6	29	99
b)	3	2	9	19	99
c)	−30	5	3 bzw. 10	−20 bzw. 15	−75
d)	$\frac{1}{5}$	0,5	12	5,7	35,4
e)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	16	5,25	44
f)	4	−0,2	60	−7,8	−114
g)	0	−3	4	−9	−18
h)	26	−2	24	−20	72

2. a) 108, $-6,396$ **b)** $-2, -2, -72$ **c)** −7,5, 4,5, 22,5 **d)** $\frac{1}{3}, -\frac{1}{6}, \frac{1}{2}$

3. b) ⟨11,5, 15, 18,5⟩ **c)** $\left\langle -\frac{1}{18}, -\frac{4}{9}, -\frac{5}{6}, -\frac{11}{9}, -\frac{29}{18} \right\rangle$ **d)** ⟨13, 10, 7, 4, 1, −2, −5, −8⟩

4. 15 bzw. 45

5. ⟨3, 7, 11⟩

6. ⟨2, 6, 10⟩ bzw. ⟨10, 6, 2⟩

7. ⟨1, 3, 5, 7⟩ bzw. ⟨7, 5, 3, 1⟩

8. 3 cm, 4 cm, 5 cm

9. 280 cm^3

10.

	b_1	q	n	b_n	s_n
a)	6	2	4	48	90
b)	$\frac{1}{3}$	2	4	$\frac{8}{3}$	5
c)	8	−3	6	−1944	−1456
d)	$\frac{1}{5}$	−5 bwz. 5	5	125	104,2 bzw. 156,2
e)	$\frac{1}{12}$	3	5	$\frac{27}{4}$	$\frac{121}{12}$
f)	16	−7	3	784	688
g)	4	$\frac{1}{2}$	5	$\frac{1}{4}$	$\frac{31}{4}$
h)	−12	7	4	−4116	−4800

11. a) 1, 2, 63 **b)** $4, \frac{1}{2}, 7$ bzw. $4, -\frac{1}{2}, 3$ **c)** $3, \frac{1}{3}, \frac{40}{9}$ **d)** $\frac{1}{27}, 3, \frac{121}{27}$

12. b) $T_2 = 25{,}12$ kN, $T_3 = 63{,}10$ kN, $T_4 = 158{,}49$ kN, $T_5 = 398{,}11$ kN

c) ⟨8,193, 9,590, 11,225, 13,139, 15,378⟩ bzw.

⟨−8,193, 9,590, −11,225, 13,139, −15,378⟩

d) $\sqrt[12]{2}$

13. $\langle 8,\ 12,\ 18,\ 27\rangle$ bzw. $\left\langle -\frac{8}{2}, \frac{12}{5}, -\frac{18}{5}, \frac{27}{5}\right\rangle$

14. $\langle 3,\ 6,\ 12,\ 24,\ 48\rangle$ bzw. $\langle 48,\ 24,\ 12,\ 6,\ 3\rangle$

15. $\langle 18,\ 6,\ 2\rangle$ bzw. $\left\langle \frac{98}{3}, -\frac{70}{3}, \frac{50}{3}\right\rangle$

16. 2112,— Euro, 2640,— Euro, 3300,— Euro

17. $\langle 3,\ 12,\ 48\rangle$

18. $\langle 4,\ 10,\ 25\rangle$ bzw. $\langle 25,\ 10,\ 4\rangle$

19. $\langle 4,\ 6,\ 9\rangle$ bzw. $\langle 9,\ 6,\ 4\rangle$

20. 27, 36, 48

21. $a_1 = a_2 - d,\ a_2,\ a_3 = a_2 + d \quad a_1 + a_2 + a_3 = 60$

$$a_2 - d + a_2 + a_2 + d = 60$$

$$3a_2 = 60$$

$$\underline{a_2 = 20} \Rightarrow a_1 = 20 - d, \quad a_3 = 20 + d$$

$$\frac{a_1}{a_2-8} = \frac{a_2-8}{a_3} \Rightarrow \frac{20-d}{20-8} = \frac{20-8}{20+d}$$

$$\frac{20-d}{12} = \frac{12}{20+d}$$

$$144 = 400 - d^2$$

$$d_{1,2} = \pm 16$$

1. Lösung: $d = 16 \quad : a_1 = 20 - 16 = \underline{4}, \quad a_3 = 20 + 16 = \underline{36}$

2. Lösung: $d = -16 : a_1 = 20 - (-16) = \underline{36}, \quad a_3 = 20 + (-16) = \underline{4}$

Die drei Zahlen lauten $\underline{4,\ 20,\ 36}$.

22. $\langle 16,\ 24,\ 36\rangle$

23. b_1 ..... Anfangskapital   n ..... Anzahl der Jahre

b_n ..... Endkapital $q = 1 + 0{,}05 = 1{,}05$

$b_n = b_1 q^n \Rightarrow b_1 = \frac{b_8}{q^8}$

$$b_1 = \frac{12468}{(1{,}05)^8} \approx 8438,83$$

Das Anfangskapital beträgt $\underline{8438{,}83}$ Euro.

24. 7497,76 Euro

25. 18 446 744 073 709 551 615

26. 1 180 591 620 717 411 303 423

27. **a)** streng monoton wachsend **b)** nicht monoton

c) streng monoton fallend **d)** streng monoton fallend

e) konstant, daher sowohl monoton wachsend als auch monoton fallend

f) nicht monoton

28. **a)** streng monoton wachsend **b)** streng monoton fallend

c) streng monoton wachsend **d)** monoton fallend

e) streng monoton wachsend **f)** streng monoton fallend

29. **a)** für $d < 0$ streng monoton fallend

für $d \leqslant 0$ monoton fallend

für $d = 0$ konstant, daher sowohl monoton wachsend als auch monoton fallend

für $d \geqslant 0$ monoton wachsend

für $d > 0$ streng monoton wachsend

b) für $q < 0$ nicht monoton

für $0 < q < 1$ streng monoton fallend

für $q = 1$ konstant, daher sowohl monoton wachsend als auch monoton fallend

für $q > 1$ streng monoton wachsend

c) für $q < 0$ nicht monoton

für $0 < q < 1$ streng monoton wachsend

für $q = 1$ konstant, daher sowohl monoton wachsend als auch monoton fallend

für $q > 1$ streng monoton fallend

30. **a)** $b = 1$ untere Schranke, $B = \frac{3}{2}$ obere Schranke

b) $b = -\frac{5}{2}$ keine untere Schranke, $B = -2$ obere Schranke

c) $b = \frac{1}{2}$ untere Schranke, $B = \frac{3}{2}$ keine obere Schranke

d) $b = \frac{5}{4}$ keine untere Schranke, $B = \frac{3}{2}$ obere Schranke

e) 1. Fall: $n \in \mathbb{N}_g \backslash \{0\} \Rightarrow a_n = \frac{3n+2}{4n-1}$

$a_n \geqslant b$	$a_n \leqslant B$
$\frac{3n+2}{4n-1} \geqslant -2$	$\frac{3n+2}{4n-1} \leqslant 1$
$3n + 2 \geqslant -8n + 2$	$3n + 2 \leqslant 4n - 1$
$11n \geqslant 0$ (w)	$3 \leqslant n$ $\overline{(f)}$.
	da für $n = 1$ bzw. $n = 2$ die Ungleichung nicht erfüllt ist.

2. Fall: $n \in \mathbb{N}_u \Rightarrow a_n = -\frac{3n+2}{4n-1}$

$$a_n \geqslant b$$
$$-\frac{3n+2}{4n-1} \geqslant -2$$
$$-(3n+2) \geqslant -2(4n-1)$$
$$-3n-2 \geqslant -8n+2$$
$$n \geqslant \frac{4}{5} \qquad \text{(w)}$$

$\underline{-2 \text{ ist untere Schranke.}}$ $\underline{1 \text{ ist keine obere Schranke.}}$

f) $b = -\frac{1}{2}$ keine untere Schranke, $B = \frac{2}{3}$ obere Schranke

31. a) $b = 1,\ B = 2$

b) $\left\langle \frac{1-3n}{2n-1} \right\rangle = \left\langle -2, -\frac{5}{3}, -\frac{8}{5}, \cdots \right\rangle$

Behauptung: Die Folge ist streng monoton wachsend.

Beweis:
$$a_{n+1} > a_n$$
$$\frac{1-3(n+1)}{2(n+1)-1} > \frac{1-3n}{2n-1} \qquad | \cdot (2n-1)(2n+1) \qquad \text{positiv}$$
$$(-3n-2)(2n-1) > (1-3n)(2n+1)$$
$$-6n^2-4n+3n+2 > 2n-6n^2+1-3n$$
$$-n+2 > -n+1$$
$$2 > 1 \qquad \text{(w)}$$

$\Rightarrow \langle a_n \rangle$ ist streng monoton wachsend $\Rightarrow$ Es gilt: $\underline{a_n \geqslant a_1 = -2}$

Behauptung: Wenn n sehr groß wird, geht $\langle a_n \rangle$ gegen $-\frac{3}{2}$

z. B.: $n = 10^6 \Rightarrow a_n = -1{,}50000025$

Beweis:
$$a_n < -\frac{3}{2}$$
$$\frac{1-3n}{2n-1} < -\frac{3}{2}$$
$$2(1-3n) < -3(2n-1)$$
$$2-6n < -6n+3$$
$$2 < 3 \qquad \text{(w)}$$

$\Rightarrow -2 \leqslant a_n < -\frac{3}{2}$ $\qquad\qquad$ $\underline{\Rightarrow b = -2,\ B = -\frac{3}{2}}$

c) $b = 0,\ B = \frac{1}{2}$ **d)** $b = 0,\ B = 1$ **e)** $b = 0,\ B = 1$ **f)** $b = \frac{1}{2},\ B = 2$

32. a) $a_3 = 11$ **b)** $a_7 = -\frac{20}{13}$

c) $\frac{3n+1}{n} < \frac{7}{2} \qquad | \cdot 2n$

$6n + 2 < 7n$

$2 < n \Rightarrow \underline{n = 3} \Rightarrow \underline{a_3 = \frac{10}{3}}$

d) $a_{2002} = 1000{,}25$ **e)** $a_{200} = \frac{200}{20001}$ **f)** $a_{31} = \frac{94}{961}$

33. a) $a_n \geqslant 0$

$\frac{1}{n} \geqslant 0 \qquad | \cdot n$

$1 \geqslant 0$ (w) $\Rightarrow$ 0 ist eine untere Schranke.

Annahme: Es gäbe eine um $\underline{\varepsilon > 0}$ größere untere Schranke.

$a_n \geqslant 0 + \varepsilon$

$\frac{1}{n} \geqslant \varepsilon$

$n \leqslant \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow$ Es gilt nicht für $n > \frac{1}{\varepsilon}$, egal wie klein ε gewählt wird.

$\Rightarrow$ $\underline{b = 0 \text{ ist Infimum.}}$

34. a) $b = \frac{1}{2}, B = 1$

b) $\left\langle \frac{2n+1}{3n-1} \right\rangle = \langle \frac{3}{2}, 1, \frac{7}{8}, \cdots \rangle$

Behauptung: $\langle a_n \rangle$ ist streng monoton fallend.

Beweis:

$$a_{n+1} < a_n$$

$$\frac{2(n+1)+1}{3(n+1)-1} < \frac{2n+1}{3n-1}$$

$$\frac{2n+3}{3n+2} < \frac{2n+1}{3n-1} \qquad | \cdot (3n+2)(3n-1) \qquad \text{positiv}$$

$$(3n-1)(2n+3) < (2n+1)(3n+2)$$

$$6n^2 + 7n - 3 < 6n^2 + 7n + 2$$

$$-3 < 2 \qquad \text{(w)} \Rightarrow \text{Supremum ist } \underline{B = a_1 = \tfrac{3}{2}}$$

Behauptung: Wenn n sehr groß wird, geht $\langle a_n \rangle$ gegen $\frac{2}{3}$

z. B.: $n = 10^6 \Rightarrow a_n = 0{,}666667222 \Rightarrow$ Infimum ist $b = \frac{2}{3}$

Beweis: Wir untersuchen zuerst, ob $b = \frac{2}{3}$ eine untere Schranke ist.

$$a_n \geqslant \frac{2}{3}$$

$$\frac{2n+1}{3n-1} \geqslant \frac{2}{3} \qquad | \cdot 3(3n-1) \qquad \text{positiv}$$

$$3(2n+1) \geqslant 2(3n-1)$$

$$6n + 3 \geqslant 6n - 2$$

$$3 \geqslant -2 \qquad \text{(w)} \Rightarrow \tfrac{2}{3} \text{ ist eine untere Schranke}$$

Jetzt wird gezeigt, dass $b = \frac{2}{3}$ größte untere Schranke ist.

Annahme: Es gäbe eine um $\underline{\varepsilon > 0}$ größere untere Schranke.

$$a_n \geqslant \frac{2}{3} + \varepsilon$$

$$\frac{2n+1}{3n-1} \geqslant \frac{2}{3} + \varepsilon \quad | \cdot 3(3n-1) \quad \text{positiv}$$

$$3(2n+1) \geqslant 2(3n-1) + 3\varepsilon(3n-1)$$

$$6n + 3 \geqslant 6n - 2 + 9\varepsilon n - 3\varepsilon$$

$$5 + 3\varepsilon \geqslant 9\varepsilon n$$

$\frac{5+3\varepsilon}{9\varepsilon} \geqslant n \quad \Rightarrow$ Es gilt <u>nicht</u> für $n > \frac{5+3\varepsilon}{9\varepsilon}$, egal wie klein ε gewählt wird.

$\Rightarrow$ <u>$b = \frac{2}{3}$ ist Infimum.</u>

c) $b = \frac{1}{2}, \quad B = 4$ **d)** $b = 3, \quad B = 14$

35. e) Wir nehmen an, es gibt ein $B \in \mathbb{R}$, sodass für alle $n \in \mathbb{N}^*$ gilt:

$$2^n \leqslant B \quad | \log_2$$

$$n \leqslant \log_2 B$$

Wählt man $n > \log_2 B$, so ist die obige Ungleichung nicht mehr erfüllt.

$\Rightarrow$ <u>Es gibt keine obere Schranke.</u>

36. c) Wir nehmen an, dass $\langle a_n \rangle$ eine untere Schranke hat.

$$\frac{1-3n}{3} \geqslant b$$

$$1 - 3n \geqslant 3b$$

$$1 - 3b \geqslant 3n$$

$\frac{1-3b}{3} \geqslant n \quad \Rightarrow$ Für jedes b existieren $n \in \mathbb{N}^*$, für die diese Ungleichung nicht erfüllt ist.

$\Rightarrow$ <u>Es gibt keine untere Schranke.</u>

37. a) 1. Fall: $n \in \mathbb{N}_g \backslash \{0\} \Rightarrow \langle a_n \rangle = \langle 1 + n \rangle = \langle 3, 5, 7, \ldots \rangle$

$a_{n+2} > a_n$, da $1 + (n+2) > 1 + n$ d. h. $3 > 1$ ist.

$\Rightarrow$ <u>$\langle 1 + n \rangle$ ist streng monoton wachsend.</u>

$$a_n \leqslant B$$

$$1 + n \leqslant B$$

$n \leqslant B - 1 \quad \Rightarrow$ Für jedes B existieren $n \in \mathbb{N}_g \backslash \{0\}$, für die diese Ungleichung nicht erfüllt ist.

$\Rightarrow$ <u>Es gibt keine obere Schranke.</u>

2. Fall: $n \in \mathbb{N}_u \quad \Rightarrow \quad \langle a_n \rangle = \langle 1 - n \rangle = \langle 0, -2, -4, \ldots \rangle$

$a_{n+2} < a_n$, da $1 - (n+2) < 1 - n$ d. h. $-1 < 1$ ist.

$\Rightarrow$ $\langle 1 - n \rangle$ ist streng monoton fallend.

$$a_n \geqslant b$$
$$1 - n \geqslant b$$
$1 - b \geqslant n \quad \Rightarrow$ Für jedes b existieren $n \in \mathbb{N}_u$, für die diese Ungleichung nicht erfüllt ist.

$\Rightarrow$ Es gibt keine untere Schranke.

38. c)

$$l_{n+1} > l_n$$
$$\frac{5(n+1)}{2(n+1)+1} > \frac{5n}{2n+1} \quad \Big| \cdot \frac{(2n+1)(2n+3)}{5}$$
$$(2n+1)(n+1) > n(2n+3)$$
$$2n^2 + 3n + 1 > 2n^2 + 3n$$
$$1 > 0 \qquad (w)$$

l_1 l_2 l_3 r_3 r_2 r_1
1 $\frac{3}{5}$ $2\frac{15}{7}$ 3 $\frac{10}{3}$ 4 5

$\Rightarrow$ $\langle l_n \rangle$ ist streng monoton wachsend.

$$r_{n+1} < r_n$$
$$\frac{5(n+1)}{2(n+1)-1} < \frac{5n}{2n-1} \quad \Big| \cdot \frac{(2n+1)(2n-1)}{5}$$
$$(n+1)(2n-1) < n(2n+1)$$
$$2n^2 + n - 1 < 2n^2 + n$$
$$-1 < 0 \qquad (w)$$

$\Rightarrow$ $\langle r_n \rangle$ ist streng monoton fallend.

$$l_n < r_n$$
$$\frac{5n}{2n+1} < \frac{5n}{2n-1} \quad \Big| \cdot \frac{(2n-1)(2n+1)}{5n}$$
$$2n - 1 < 2n + 1$$
$$-1 < 1 \qquad (w)$$

$\Rightarrow$ Jedes Intervall ist Obermenge aller nachfolgenden Intervalle.

39. a) keine Nullfolge **b)** keine Nullfolge **c)** Nullfolge
d) Nullfolge **e)** Nullfolge **f)** Nullfolge

40. a) 5 **b)** 3 **c)** 125 **d)** 497 **e)** 8 **f)** 4

41. a) 18 **b)** 14 **c)** 28 **d)** 20 **e)** 29 **f)** 196

42. —

43. a) 0, 6 **b)** 0, 98

44. a) 1, 1001 **b)** $\alpha = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{2n}{n+2} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{2}{1+\frac{2}{n}} = \frac{2}{1+0} = \underline{2}$

$$\left|\frac{2n}{n+2} - \alpha\right| < \varepsilon \Rightarrow \left|\frac{2n}{n+2} - 2\right| < \frac{1}{50}$$

$$\left|\frac{2n-2n-4}{n+2}\right| < \frac{1}{50}$$

$$\left|\frac{-4}{n+2}\right| < \frac{1}{50}$$

$$\frac{4}{n+2} < \frac{1}{50} \qquad | \cdot 50(n+2)$$

$$200 < n+2 \Rightarrow n > 198 \Rightarrow \underline{N = 199}$$

45. a) 3, 19 **b)** $\frac{7}{2}$, 302

46. a) $\frac{2}{3}$, 7 **b)** 0, 20

47. a) $\alpha = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{5n+30}{n^2-7} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{5}{n}+\frac{30}{n^2}}{1-\frac{7}{n^2}} = \frac{0+0}{1-0} = \underline{0}$

$\left|\frac{5n+30}{n^2-7} - \alpha\right| < \varepsilon \Rightarrow \left|\frac{5n+30}{n^2-7}\right| < 1$ $\qquad 5n+30$ ist positiv, da $n \in \mathbb{N}^*$.

1. Fall: $n^2 - 7 < 0 \Rightarrow n^2 < 7 \Rightarrow -\sqrt{7} < n < \sqrt{7} \Rightarrow n < \sqrt{7}$, da $n \in \mathbb{N}^*$.

$|n^2 - 7| = 7 - n^2$

$\Rightarrow \frac{5n+30}{7-n^2} < 1$

$5n + 30 < 7 - n^2 \Rightarrow n^2 + 5n + 23 < 0$

Es gibt kein $n \in \mathbb{N}^*$, das diese Ungleichung erfüllt.

2. Fall: $n^2 - 7 > 0 \Rightarrow n^2 > 7 \Rightarrow n > \sqrt{7}$ oder $n < -\sqrt{7}$

$n < -\sqrt{7}$ ist unzulässig, da $n \in \mathbb{N}$ sein muss.

$n^2 - 7 > 0 \Rightarrow \frac{5n+30}{n^2-7} < 1$

$5n + 30 < n^2 - 7 \Rightarrow 0 < n^2 - 5n - 37$

$n_1 < 2{,}5 - \sqrt{43{,}25}$ bzw. $n_2 > 2{,}5 + \sqrt{43{,}25}$

$n_1 < -4{,}08$ ungültig, da $n \in \mathbb{N}^*$ sein muss.

$n_2 > 9{,}08$ gültige Lösung $\Rightarrow \underline{N = 10}$

b) 0, 100

48. a) 0, 30 **b)** 0, 18

49. a) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2n^2+(-1)^n\cdot 10n}{n^3} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{2}{n}+(-1)^n\cdot\frac{10}{n^2}}{1} = \frac{0+0}{1} = \underline{0}$

$\left|\frac{2n^2+(-1)^n\cdot 10n}{n^3} - 0\right| < \frac{1}{50}$

1. Fall: $n \in \mathbb{N}_g$

$$\left|\frac{2n^2+10n}{n^3}\right| < \frac{1}{50}$$

$$\frac{2n^2+10n}{n^3} < \frac{1}{50}$$

$$100n^2 + 500n < n^3 \qquad \mid \cdot \frac{1}{n}$$

$$100n + 500 < n^2$$

$0 < n^2 - 100n - 500 \Rightarrow n > 104{,}77$ — 1. Lösung

$n < -4{,}77$ — ungültige Lösung

2. Fall: $n \in \mathbb{N}_u$

$$\frac{2n^2-10n}{n^3} < \frac{1}{50}$$

$$100n^2 - 50n < n^3 \qquad \mid \cdot \frac{1}{n}$$

$$100n - 50 < n^2$$

$0 < n^2 - 100n + 50 \Rightarrow n > 94,72$ — 2. Lösung

$n < \ 5,27$ — 3. Lösung

Von den 3 Lösungen wird das n genommen, das den höchsten Wert aufweist.

$\Rightarrow \underline{N = 105}$

b) 0, 2

50. a) 0 **b)** divergent

51. a) $\frac{1}{2}$ **b)** 4

52. a) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^2+3n-1}{n^3-2n+1} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n}+\frac{3}{n^2}-\frac{1}{n^3}}{1-\frac{2}{n^2}+\frac{1}{n^3}} = \frac{0+0-0}{1-0+0} = \underline{0}$ **b)** $\frac{3}{5}$

53. a) 0 **b)** $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{-4n+3}{n^3+1} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{-\frac{4}{n^2}+\frac{3}{n^3}}{1+\frac{1}{n^3}} = \frac{-0+0}{1+0} = \underline{0}$

54. a) $\frac{1}{4}$ **b)** 0

55. a) $\frac{2}{5}$ **b)** 0

56. a) 2

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3-n(-1)^n}{10^n} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{3}{10^n} - \frac{n}{10^n}(-1)^n}{1}$

Behauptung: $\langle a_n \rangle = \langle \frac{n}{10^n} \rangle$ ist eine Nullfolge.

Beweis: $\langle b_n \rangle = \langle \frac{1}{10} \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} \rangle$ ist eine Nullfolge. Wir zeigen, dass $a_n \leqslant b_n$.

$$a_n \leqslant b_n$$
$$\frac{n}{10^n} \leqslant \frac{1}{10}\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$$
$$10n \cdot 5^{n-1} \leqslant 10^n$$
$$2n \cdot 5^n \leqslant 10^n$$
$$2n \leqslant 2^n$$

Mit Hilfe der vollständigen Induktion wird gezeigt, dass $2n \leqslant 2^n$.

$2 \cdot 1 \leqslant 2^1$ richtig

Behauptung: $2(n+1) \leqslant 2^{n+1}$, falls $2n \leqslant 2^n$ gilt.

Beweis: $\underline{2(n+1)} = 2n + 2 \leqslant 2^n + 2 = 2^n \cdot 2 - 2^n + 2 =$

$= 2^n \cdot 2 - 2(2^{n-1} - 1) \leqslant 2^n \cdot 2 = \underline{2^{n+1}}$

$\Rightarrow a_n \leqslant b_n$

$\langle b_n \rangle$ ist eine Nullfolge. $\Rightarrow$ $\underline{\langle a_n \rangle \text{ ist auch eine Nullfolge.}}$

$\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3-n(-1)^n}{10^n} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{3}{10^n} - \frac{n}{10^n}(-1)^n}{1} = \frac{0+0}{1} = \underline{0}$

57. a) konvergent **b)** divergent **c)** konvergent **d)** konvergent **e)** divergent **f)** konvergent

58. —

59. a) 1 **b)** $\frac{2}{3}$ **c)** 4 **d)** 3

60. nein

61. für $|q| < 1$ ja, für $|q| = 1$ und $|q| > 1$ nein

62. a) 2 **b)** $\frac{2}{3}$ **c)** $\frac{3}{2}$

63. a) $\frac{4}{5}$ **b)** $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2} \Rightarrow S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{32}{1-\frac{1}{2}} = 64$ **c)** $\frac{64}{3}$

64. a) 3 **b)** 0,309 **c)** 2,5

65. a) 28 **b)** $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{\frac{2}{1{,}01^2}}{\frac{2}{1{,}01}} = \frac{1}{1{,}01} \Rightarrow S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{\frac{2}{1{,}01}}{1 - \frac{1}{1{,}01}} = \underline{200}$ **c)** 1,5588

66. a) -84 **b)** 44,7846 **c)** 11,827

67. a) $= \frac{b_2}{b_1} = -\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{16}} = -\frac{1}{\sqrt[3]{2}} \Rightarrow S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{\sqrt[3]{16}}{1 + \frac{1}{\sqrt[3]{2}}} = \underline{1,405}$ **b)** 0,828 **c)** 0,602

68.

	b_1	q	S		b_1	q	S
a)	1	$\frac{2}{3}$	3	**b)**	-5	0,9	-50
c)	9	$-\frac{1}{4}$	$\frac{36}{5}$	**d)**	-6	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{18}{5}$
e)	$\frac{7}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{2}$	**f)**	2	$\frac{1}{3}$	3
g)	24	$\frac{1}{5}$	30	**h)**	$\frac{1}{2}$	$-\frac{5}{2}$	$\frac{1}{7}$

69. $5 + \frac{5}{2} + \frac{5}{4} + \ldots$

70. $\frac{9}{5} + \frac{6}{5} + \frac{4}{5} + \ldots = \frac{27}{5}$ bzw. $9 - 6 + 4 - \ldots = \frac{27}{5}$

71. (1) $b_1q \cdot b_1q^3 = \frac{81}{4}$ (2) $b_1q^2 + b_1q^4 = -\frac{225}{32}$

$$b_1^2q^4 = \frac{81}{4} \qquad b_1(q^2+q^4) = -\frac{225}{32}$$

$$b_1 = -\frac{225}{32(q^2+q^4)} = -\frac{225}{32q^2(1+q^2)}$$

$$(1)\quad \left(-\frac{225}{32q^2(1+q^2)}\right)^2 q^4 = \frac{81}{4}$$

$$\frac{(225)^2}{(32)^2q^4(1+q^2)^2}q^4 = \frac{81}{4}$$

$$\frac{(225)^2}{(32)^2(1+q^2)^2} = \frac{81}{4} \qquad \Big|\ \sqrt{}$$

$$\frac{225}{32(1+q^2)} = \frac{9}{2} \qquad \Big|\ \cdot \frac{2}{9}$$

$$\frac{25}{16(1+q^2)} = 1$$

$$16 + 16q^2 = 25$$

$$16q^2 = 9$$

$$q = \pm\frac{3}{4}$$

$$(2)\quad b_1 = -\frac{225}{32q^2(1+q^2)} = -\frac{225}{32\left(\frac{9}{16}\right)\left(1+\frac{9}{16}\right)} = -8$$

Es gibt <u>zwei Lösungen</u>.

$q = \frac{3}{4}$ $\quad -8 - 6 - \frac{9}{2} - \ldots \qquad S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{-8}{1-\frac{3}{4}} = \underline{-32}$

$q = -\frac{3}{4}$ $\quad -8 + 6 - \frac{9}{2} + \ldots \qquad S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{-8}{1+\frac{3}{4}} = \underline{\frac{32}{7}}$

72. $16 + 12 + 9 + \ldots = 64$

73. $S = \frac{5}{12} + q, \quad S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{\frac{1}{2}}{1-q} = \frac{1}{2(1-q)}$

$$\frac{5}{12} + q = \frac{1}{2(1-q)} \qquad \Big|\ \cdot 12(1-q)$$

$$5(1-q) + 12q(1-q) = 6$$

$$5 - 5q + 12q - 12q^2 = 6$$

$$-12q^2 + 7q - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad q = \frac{1}{3} \text{ bzw. } q = \frac{1}{4}$$

Es gibt zwei Lösungen.

$q = \frac{1}{3}: \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \ldots \quad S = \frac{1}{2(1-q)} = \frac{1}{2\left(1-\frac{1}{3}\right)} = \underline{\underline{\frac{3}{4}}}$

$q = \frac{1}{4}: \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \ldots \quad S = \frac{1}{2(1-q)} = \frac{1}{2\left(1-\frac{1}{4}\right)} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$

74. $1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \ldots = \frac{10}{9}$

75. $q = \frac{1}{1+k}$

76. (1) $b_1 + b_1q + b_1q^2 + \ldots = 32$

$\frac{b_1}{1-q} = 32$

$\frac{b_1}{(1-q)^2} = 1024$

(2) $b_1^2 + (b_1q)^2 + (b_1q^2)^2 + \ldots = \frac{1024}{3}$

$b_1^2 + b_1^2q^2 + b_1^2q^4 + \ldots = \frac{1024}{3}$

$\frac{b_1^2}{1-q^2} = \frac{1024}{3}$

$\frac{(1)}{(2)} = \frac{\frac{b_1^2}{(1-q)^2}}{\frac{b_1^2}{1-q^2}} = \frac{1-q^2}{(1-q)^2} = 3 \Rightarrow \quad 1 - q^2 = 3(1-q)^2$

$1 - q^2 = 3 + 3q^2 - 6q$

$0 = -4q^2 + 6q - 2 \Rightarrow q_1 = 1, \quad q_2 = \frac{1}{2}$

Es muss gelten: $|q| < 1 \Rightarrow \underline{q = \frac{1}{2}}$

$32 = \frac{b_1}{1-q} \Rightarrow b_1 = 32(1-q)$

$b_1 = 32\left(1 - \frac{1}{2}\right) = \underline{16}$

Die Reihe lautet: $\underline{16 + 8 + 4 + \ \ldots}$

77. a) $\frac{1}{3}$ **b)** $\frac{7}{9}$ **c)** $\frac{14}{33}$ **d)** $\frac{76}{99}$ **e)** $\frac{11}{90}$ **f)** $\frac{12}{37}$ **g)** $\frac{271}{333}$ **h)** $\frac{7127}{9990}$

78. a) $|x| < 1, \quad S = \frac{1}{1-x}$ **b)** $x > -1, \quad S = \frac{(x+2)^2}{2}$

79. a) $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{\frac{1}{x}}{\frac{x}{y}} = \frac{y}{x}$ Wenn $|q| < 1$ ist, dann konvergiert die Reihe. d. h. $\underline{\left|\frac{y}{x}\right| < 1}$

$S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{\frac{x}{y}}{1-\frac{y}{x}} = \underline{\frac{x^2}{y(x-y)}}$

b) $|y| < x^2, S = \frac{x^4}{x^2+y}$

80. a) $|x| > 1, \quad S = -x$

b) $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{\frac{x^2}{2}}{x} = \frac{x}{2}$ Wenn $|q| < 1$ ist, dann konvergiert die Reihe.

$\underline{\left|\frac{x}{2}\right| < 1}$ d. h. $\underline{|x| < 2}$ $\quad S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{x}{1-\frac{x}{2}} = \underline{\frac{2x}{2-x}}$

81. a) $x > 0, \quad S = \frac{2}{3}\log\, x$ **b)** $x \in \mathbb{R}, \quad S = \frac{2}{3}\log\, x$

82. a) $x \neq 2\frac{\pi}{2}, \quad S = \frac{1}{1-\sin x}$

b) $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{\tan x}{1} = -\tan x$ Wenn $|q| < 1$ ist, dann konvergiert die Reihe.

$\underline{|-\tan x| < 1}$, d. h. $\underline{|\tan x| < 1} \Rightarrow x \in [0, \frac{\pi}{4}[$ oder $]\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}[$ oder $[\frac{7\pi}{4}, 2\pi[$

$S = \frac{b_1}{1-q} = \underline{\frac{1}{1+\tan x}}$

83. a) $\{2, -2\}$ **b)** $\{\ \}$

84. a) $q = \frac{b_2}{b_1} = -\frac{\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{2}} = -\frac{2}{x^2}$

Die Reihe auf der linken Seite der Gleichung konvergiert, wenn $|q| < 1$ ist.

$\Rightarrow \left|-\frac{2}{x^2}\right| = \left|\frac{2}{x^2}\right| < 1 \Rightarrow 2 < x^2 \Rightarrow x > \sqrt{2}$ oder $x < -\sqrt{2}$

$S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{2}{x^2}} = \frac{x^2}{2(2+x^2)}$

$$\frac{x^2}{2(2+x^2)} = \frac{x^4-x^2}{28x^2-76}$$

$$\frac{x^2}{2(2+x^2)} = \frac{x^2(x^2-1)}{2(14x^2-38)} \quad \Big| \cdot \frac{2}{x^2}$$

$$\frac{1}{2+x^2} = \frac{x^2-1}{14x^2-38}$$

$$(2+x^2)(x^2-1) = 14x^2-38$$

$$x^4+x^2-2 = 14x^2-38$$

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

$$(x^2)_1 = 9, \quad (x^2)_2 = 4$$

Wie schon erwähnt wurde, muss die Voraussetzung $\underline{x^2 > 2}$ erfüllt sein.

Die Lösungen sind $x = 3, x = -3 \Rightarrow \underline{L = \{3, -3\}}$

d) $\left\{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$

85. a) $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{3^{x-1}}{3^x} = \frac{1}{3}$

Die Reihe auf der linken Seite der Gleichung konvergiert, wenn $|q| < 1$ ist.

$S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{3^x}{1-\frac{1}{3}} = \frac{3^{x+1}}{2}$

$$\frac{3^{x+1}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{10 \cdot 3^{x+1} - 9} \quad \Big| \cdot 2, \ (\ )^2$$

$$3^{2(x+1)} = 10 \cdot 3^{x+1} - 9$$

$$3^{2(x+1)} - 10 \cdot 3^{x+1} + 9 = 0$$

$$3^{x+1} = 5 \pm \sqrt{25-9} = 5 \pm 4$$

1. Lösung: $3^{x+1} = 9$ 2. Lösung: $3^{x+1} = 1$

$3^{x+1} = 3^2$ $3^{x+1} = 3^0$

$\underline{x = 1}$ $\underline{x = -1}$ $\Rightarrow \underline{L = \{1, -1\}}$

b) $\{-1\}$

86. a) (1) 76,82 cm (2) 71,72 cm^2 **b)** (1) 81,94 cm (2) 72 cm^2

87. a) (1) 91,36 cm (2) 99,58 cm^2 **b)** (1) 98 cm (2) 100,04 cm^2

88. a) (1) 28,59 cm (2) 17,26 cm^2 **b)** (1) 32 cm (2) 17,45 cm^2

89. a) (1) 39,86 cm (2) 23,29 cm^2 **b)** (1) 42,59 cm (2) 23,38 cm^2

90. a) (1) 29,06 cm (2) 14,42 cm^2 **b)** (1) 30 cm (2) 14,43 cm^2

91. a) (1) 47,25 cm (2) 28,57 cm (3) 36,94 cm^2 (4) 22,33 cm^2
b) (1) 48 cm (2) 29,02 cm (3) 36,95 cm^2 (4) 22,34 cm^2

92. a) (1) 81,94 cm (2) 64,36 cm (3) 120 cm^2 (4) 94,25 cm^2
b) (1) 109,25 cm (2) 85,81 cm (3) 128 cm^2 (4) 100,53 cm^2

93. a) (1) 49,81 cm (2) 52,31 cm^2 **b)** (1) 51,42 cm (2) 52,36 cm^2

94. a) (1) 39,60 cm (2) 21,34 cm (3) 29,55 cm^2 (4) 15,93cm^2
b) (1) 40,79 cm (2) 21,99 cm (3) 29,57 cm^2 (4) 15,94 cm^2

95. a) 4,53 cm **b)** 14,01 cm **c)** 4,58 cm^2
d) 39,7 cm **e)** 116,07 cm **f)** 7,87 cm^2

96. a) 21,42 cm, 11,93 cm **b)** 24 cm, 12 cm

97. a) (1) 11,93 cm **b)** 12,82 cm **c)** (1) 26,68 cm^2 (2) 26,81 cm^2

98. a) (1) 30,34 cm (2) 51,79 cm^2 **b)** (1) 30,34 cm (2) 51,79 cm^2

99. a) (1) 37,65 cm (2) 56,55 cm^2 **b)** (1) 37,70 cm (2) 54,55 cm^2

100. a) (1) 45,94 cm (2) 56,36 cm^2 **b)** (1) 45,95 cm (2) 56,36 cm^2

101. a) 33,64 cm **b)** 22,37 cm **c)** 44,19 cm^2 **d)** 30,19 cm^2
e) (1) 34,03 cm (2) 22,39 cm **f)** —

102. a) (1) 29,06 cm (2) 14,42 cm^2 (3) 9,69 cm
b) (1) 30 cm (2) 14,43 cm^2 (3) 10 cm

103. a) 48,14 cm **b)** 50,27 cm

104. a) (1) 322,67 cm^2 (2) 267,41 cm^3 (3) 168,95 cm^2 (4) 140,01 cm^3
b) (1) 324 cm^2 (2) 267,48 cm^3 (3) 169,65 cm^2 (4) 140,05 cm^3

105. a) (1) 156,47 cm^2 (2) 112,17 cm^3 **b)** (1) 157,08 cm^2 (2) 112,20 cm^3

106. a) (1) 395,84 cm^2 (2) 413,89 cm^3 (3) 296,88 cm^2 (4) 219,50 cm^3
b) (1) 402,12 cm^2 (2) 414,70 cm^3 (3) 301,59 cm^2 (4) 219,93 cm^3

107. a) (1) 267,04 cm^2 (2) 306,31 cm^3 (3) 150,21 cm^2 (4) 86,15 cm^3
b) (1) 268,08 cm^2 (2) 306,38 cm^3 (3) 150,80 cm^2 (4) 86,17 cm^3

108. **a)** (1) 15,01 cm (2) 17 cm **b)** (1) 115,59 cm^3 (2) 115,77 cm^3

109. **a)** (1) 116,45 cm^2 (2) 92,05 cm^3 **b)** (1) 116,68 cm^2 (2) 92,06 cm^3

110. **a)** (1) 325,47 cm^2 (2) 310,15 cm^3 **b)** (1) 325,48 cm^2 (2) 310,15 cm^3

111. **a)** (1) 201,82 m **b)** —

112. —

113. nach 11 Tagen

114. 8,186 kg

115. 999

116. 2136,80 Euro

117. 357 200 Fische

118.

Jahr	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Krankheitsfälle	1200	1600	1800	1900	1950	1975	1988	1994

119. 108 Tiere

120. **a)** geometrische Folge **b)** 2,5 m
c) nach dem 8. Aufsprung **d)** 3,06 s **e)** 3,36 s

121. **a)** 1,09375 **b)** $\frac{4-3\cdot 2^{1-n}+2^{1-2n}}{3}$ **c)** 1,331381

122. **a)** 45 m **b)** 0,8° C

123. **a)** Nein.

124. **a)**

Monat	Kaninchenpaare a_n
0	0 = 0
1	1 = 1
2	1 + 0 = 1
3	1 + 1 = 2
4	2 + 1 = 3
5	3 + 2 = 5
6	5 + 3 = 8
7	8 + 5 = 13
8	13 + 8 = 21
9	21 + 13 = 34
10	34 + 21 = 55
11	55 + 34 = 89
12	89 + 55 = 144

125. a) 702 U **b)** 462,03 m **c)** 0,1141 mm, ca. 9 $\frac{\text{Rillen}}{\text{mm}}$

d) 0,505 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$, 0,226 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$

126. a) 85,5 m, 784,31 Windungen, 0,0162 mm

b) 128,25 m, 1134 Windungen, 0,01236 mm

c) 171 m, 1516,18 Windungen, 0,0092 mm

d) zu a) 41,24 $\frac{\text{U}}{\text{min}}$, 19,14 $\frac{\text{U}}{\text{min}}$

zu b) 41,24 $\frac{\text{U}}{\text{min}}$, 18,14 $\frac{\text{U}}{\text{min}}$

zu c) 41,24 $\frac{\text{U}}{\text{min}}$, 18,22 $\frac{\text{U}}{\text{min}}$

127. a) $t = \frac{4\pi d}{v} \cdot Z^2 + \frac{4\pi r_1 - 2\pi d}{v} \cdot Z$

c) $\frac{4\pi d}{v} = a$, $\frac{4\pi r_1 - 2\pi d}{v} = b \Rightarrow z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 + 4at}}{2a}$

d)

128. arithmetische Folge

129. a) geometrische Folge

b) ⟨33, 47, 68, 100, 150, 220⟩

c) ⟨1, 1,2, 1,5, 1,8, 2,2, 2,6, 3,3, ...⟩

d) ⟨1,1, 1,2, 1,3, 1,5, 1,6, 1,8, 2, 2,2, 2,4, 2,6, 2,9⟩

130. a) ⟨140, 230, 320, 410⟩, ⟨79,2, 125,6, 199, 315⟩ **b)** geometrische Folge

c) ⟨12,6, 15,8, 20, 25,1, 31,6, 39,8, 50,1, 63,1, 79,4⟩

131. **a)** 840 mm, 594 mm, 420 mm, 297 mm, 210 mm, 148 mm

b) 594 mm, 420 mm, 297 mm, 210 mm, 148 mm, 105 mm

132. **a)** 18,18% **b)** 26,5%

133. **a)** 6,8% **b)** 9

134. **a)** — **b)** 2

c) −0,54 eV, −0,38 eV, $\langle -1{,}89, -1{,}89, -2{,}55, -2{,}55, -2{,}86, -3{,}02 \rangle$

135. **a)**

Himmelskörper	n	E_n
Venus	0	0,7
Erde	1	1
Mars	2	1,6
Ceres	3	2,8
Jupiter	4	5,2
Saturn	5	10
Uranus	6	19,6
Neptun	7	38,8

b) $-\infty$

136. —

137. $y = \frac{x^2}{2} + 1$

138. $y = 2x^2 - 3x + 2$

139. $y = 2x^2 + 8x + 8$

140. $y = 3x^2 - 6x$

141. $y = 2x^3 - x^2 - x + 2$

142. $y = x^3 - 3x^2 - x + 3$

143. $y = x^3 - 2x^2 + 3x$

144. $y = \frac{16x^3}{15} - \frac{x}{15}$

145. $y = x^4 - \frac{55x^3}{6} + \frac{155x^2}{6} + \frac{65x}{3} + 4$

146. $y = \frac{x^4}{8} - \frac{3x^3}{4} + \frac{3x^2}{2} - 2$

147. $y = x^4 - 2x^3 + 5x^2$

148. $y = \frac{23x^4}{50\,400} + \frac{6533x^2}{50\,400} + \frac{1247}{504}$

149. **a)** $y = x^2 + x - 2$ **b)** $y = -x^2 + 2x + 3$

c) $y = x^2 - x - 6$ **d)** $y = 2x^2 - x - 6$

150. **a)** $y = 2x^3 - 3x^2 - 3x + 2$ **b)** $y = x^3 + 2x^2 - x - 2$

c) $y = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ **d)** $y = x^3 - x^2 - 4x + 4$

151. **a)** $P_1(-2,\ 16)$, $P_2(1,\ 1)$ **b)** $P_1\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{4}\right)$, $P_2(2,\ -1)$

152. **a)** $P_1(-1,\ 4)$, $P_2\left(\frac{1}{2}, \frac{49}{4}\right)$ **b)** $P_1\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$, $P_2(3,\ 5)$

153. **a)** $P_1(-1,\ -6)$, $P_2(2,\ 6)$ **b)** $P_1(-3,\ 0)$, $P_2(-2,\ 6)$

154. **a)** $P_1(-2,\ 0)$, $P_2\left(-\frac{1}{2}, -\frac{15}{8}\right)$ **b)** $P_1(-1,\ 0)$, $P_2\left(\frac{1}{2}, -\frac{9}{8}\right)$

155. **a)** $\{2,\ -1\}$ **b)** $\{0{,}35,\ 1{,}53,\ -1{,}88\}$

156. **a)** $\{8,\ -3,\ -14\}$ **b)** $\{1{,}14,\ 3{,}57,\ -1{,}71\}$

157. **a)** $\{1,\ 0{,}79,\ -3{,}79\}$ **b)** $\{0{,}7,\ 1{,}9,\ -0{,}5\}$

158. **a)** $\{1,\ 2{,}85,\ -3{,}85\}$ **b)** $\{-1,\ -4\}$

159. **a)** $\{2\}$ **b)** $\{-8\}$

160. **a)** $\{-11, 2\}$ **b)** $\{-1, 4\}$

161. **a)** $\{-1{,}07\}$ **b)** $\{1{,}73\}$

162. **a)** $\{4{,}12\}$ **b)** $\{3{,}61\}$

163. **a)** $N(-1,\ 0)$ **b)** $N(-3,\ 0)$

164. **a)** $N(0{,}75,\ 0)$ **b)** $N(4{,}59,\ 0)$

165. $N(-5,\ 0)$

166. $N(2,\ 0)$

167. $N(6{,}56,\ 0)$

168. Im gegebenen Intervall liegt keine Nullstelle.

169. a) $\{3, -3, 2, -2\}$

b) $u^2 - 45u + 324 = 0$

$u_{1,2} = \frac{45 \pm \sqrt{2025-1296}}{2}$

$u_{1,2} = \frac{45 \pm 27}{2}$

$u_1 = 36 \quad \underline{x_{1,2} = \pm 6}$

$u_2 = 9 \quad \underline{x_{3,4} = \pm 3} \quad \underline{\mathbf{L} = \{6, -6, \ 3, -3\}}$

c) $\{3, -3, \ 1, -1\}$

170. a) $\{7, -7, 1, -1\}$ **b)** $\{2, -2, 1, -1\}$ **c)** $\{23, -23, \sqrt{11}, -\sqrt{11}\}$

171. a) $4u^2 - 5u + 1 = 0$

$u_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{8}$

$u_{1,2} = \frac{5 \pm 3}{8}$

$u_1 = 1 \quad \underline{x_{1,2} = \pm 1}$

$u_2 = \frac{1}{4} \quad \underline{x_{3,4} = \pm \frac{1}{2}} \quad \underline{\mathbf{L} = \left\{1, -1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right\}}$

b) $\left\{3, -3, \sqrt{\frac{2}{3}}, -\sqrt{\frac{2}{3}}\right\}$

c) $\{4, -4, \ 1, -1\}$

172. a) $\left\{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}, 1, -1\right\}$ **b)** $\left\{1, -1, \frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right\}$ **c)** $\left\{\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{\frac{2}{3}}, -\sqrt{\frac{2}{3}}\right\}$

173. a) $\{1\}$

174. a) $\left\{1, -\frac{1}{2}, -1\right\}$ **b)** $\left\{-1, \ 2, \ \frac{1}{2}\right\}$

175. a) $\left\{1, -\frac{1}{3}, -3\right\}$ **b)** $\left\{-1, \ 3, \ \frac{1}{3}\right\}$

176. a) $\left\{1, -\frac{1}{4}, -4\right\}$

b) $4(x^3 + 1) - 13x(x + 1) = 0$

$(x + 1)(4x^2 - 17x + 4) = 0$

$x + 1 = 0 \vee 4x^2 - 17x + 4 = 0$

$x_1 = -1 \qquad x_{2,3} = \frac{17 \pm \sqrt{289-64}}{8}$

$x_{2,3} = \frac{17 \pm 15}{8}$

$\underline{x_2 = 4}$

$\underline{x_3 = \frac{1}{4}} \quad \underline{\mathbf{L} = \left\{-1, 4, \ \frac{1}{4}\right\}}$

177. a) $\{-1\}$ **b)** $\left\{1, \ 7, \frac{1}{7}\right\}$

178. a) $\left\{-1, \ 5, \frac{1}{5}\right\}$ **b)** $\left\{-1, -\frac{1}{5}, -5\right\}$

179. $\left\{\frac{5}{3}, \frac{3}{5}, -\frac{1}{2}, -2\right\}$

180. a) $\left\{-\frac{1}{2}, -2, -\frac{1}{3}, -3\right\}$ **b)** $\left\{3, \frac{1}{3}, 2, \frac{1}{2}\right\}$

181. a) $\{5, \frac{1}{5}\}$ **b)** $\{-\frac{1}{2}, -2\}$

182. a) $\{3, \frac{1}{3}, -1\}$

b) $3\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 4\left(x + \frac{1}{x}\right) - 14 = 0$

$$3y^2 + 4y - 20 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16+240}}{6}$$

$$y_{1,2} = \frac{-4 \pm 16}{6}$$

$$y_1 = 2 \qquad y_2 = -\frac{10}{3}$$

$$x + \frac{1}{x} = 2 \qquad\qquad x + \frac{1}{x} = -\frac{10}{3}$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0 \qquad\qquad 3x^2 + 10x + 3 = 0$$

$$(x-1)^2 = 0 \qquad\qquad x_{2,3} = \frac{-10 \pm \sqrt{100-36}}{6}$$

$$\underline{x_1 = 1} \qquad\qquad x_{2,3} = \frac{-10 \pm 8}{6}$$

$$\underline{x_2 = -\frac{1}{3}}$$

$$\underline{x_3 = -3} \qquad \underline{\mathbf{L} = \{1, -\tfrac{1}{3}, -3\}}$$

183. a) $\{4,\ \frac{1}{4},\ -\frac{1}{2},\ -2\}$ **b)** $\{2,\ \frac{1}{2},\ -\frac{1}{4},\ -4\}$

184. a) $\{3, \frac{1}{3}\}$ **b)** $\{3, \frac{1}{3}\}$

185. a) $N_1(0,0),\ N_2(1,0),\ N_3\left(-\frac{2}{5}, 0\right)$ **b)** $N_1(0,0),\ N_2(-1,0),\ N_3(-2,0)$

186. a) $N_1(3,0),\ N_2(-3,0)$ **b)** keine Nullstellen in $\mathbb{R}$

187. a) $2(x^3 - 1) + 3x(x-1) = 0$

$$(x-1)(2x^2 + 5x + 2) = 0$$

$$\underline{x_1 = 1} \qquad x_{2,3} = \frac{-5 \pm \sqrt{25-26}}{4}$$

$$\underline{\mathbf{N_1(1,0)}} \qquad x_{2,3} = \frac{-5 \pm 3}{4}$$

$$\underline{x_2 = -\frac{1}{2}} \qquad \underline{\mathbf{N_2\left(-\tfrac{1}{2}, 0\right)}}$$

$$\underline{x_3 = -2} \qquad \underline{\mathbf{N_3(-2,0)}}$$

b) $N_1(-1,0),\ N_2\left(-\frac{1}{5}, 0\right),\ N_3(-5,0)$

188. a) $N_1(1,0),\ N_2(2,0), N_3\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ **b)** $N_1(-1,0),\ N_2\left(\frac{8}{3}, 0\right),\ N_3\left(\frac{3}{8}, 0\right)$

189. a) $2\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+5\left(x+\frac{1}{x}\right)+4=0$

$$2(y^2-2)+5y+4=0$$
$$y(2y+5)=0$$

$y_1=0$

$x+\frac{1}{x}=0$

$x^2=-1$

$x_{1,2}=\pm i$

$y_2=-\frac{5}{2}$

$x+\frac{1}{x}=-\frac{5}{2}$

$x_{3,4}=\frac{-5\pm\sqrt{25-16}}{4}$

$x_{3,4}=\frac{-5\pm 3}{4}$

$\underline{x_3=-\frac{1}{2}}$ $\quad \mathbf{N_1\left(-\frac{1}{2},0\right)}$

$\underline{x_4=-2}$ $\quad \mathbf{N_2(-2,0)}$

b) $N_1(3,0)$, $N_2\left(\frac{1}{3},0\right)$, $N_3(2,0)$, $N_4\left(\frac{1}{2},0\right)$

190. a) $N(1,0)$ **b)** $N_1\left(\frac{4}{3},0\right)$, $N_2\left(\frac{3}{4},0\right)$, $N_3(-2,0)$, $N_4\left(-\frac{1}{2},0\right)$

191. a) $N_1(2{,}297,0)$, $N_2(0{,}435,0)$ **b)** $N_1(-3{,}732,0)$, $N_2(-0{,}268,0)$

192. —

193. a) kein Grenzwert **b)** 133

194. a) kein Grenzwert **b)** 1,114

195. a) 1 **b)** 0,0158

196. a) 0 **b)** $-0,547$

197. a) 1 **b)** $f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x+5}{7x+2}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3+\frac{5}{x}}{7+\frac{2}{x}}=\frac{3}{7}\Rightarrow \underline{f(x)=\frac{3}{7}}$ **c)** $-\frac{1}{3}$

198. a) 3 **b)** 2 **c)** $\frac{2}{5}$

199. a) $\frac{1}{4}$ **b)** kein Grenzwert

200. a) $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$, $W=\{1\}$ **b)** nur für $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

c) $x\mapsto x^0$ ist an der Stelle $x=0$ unstetig

201. a) Eine reelle Funktion f(x) ist <u>an der Stelle x = a stetig</u>, wenn dort Grenzwert und Funktionswert existieren und übereinstimmen: $\lim\limits_{x\to a} f(x)=f(a)$

b) Eine Funktion f ist <u>in einem Intervall stetig</u>, wenn sich bei der fortwährenden Änderung des Arguments innerhalb des Intervalls I ohne Auslassung irgendwelcher Zwischenwerte auch die zugehörigen Funktionswerte ohne Auslassung von Zwischenwerten ändern oder unter Umständen auch konstant bleiben.

202. a) nein **b)** nein **c)** nein **d)** ja

e) nein **f)** ja **g)** ja **h)** ja

203. a) $\lim\limits_{x\to-2}\frac{x^2-4}{x+2}=\lim\limits_{x\to-2}\frac{(x+2)(x-2)}{(x+2)}=\lim\limits_{x\to-2}(x-2)=-4\Rightarrow \underline{C=-4}$

b) $C=6$

204. $f(x)=\frac{x^2-8x+15}{x-3}=\frac{(x-3)(x-5)}{(x-3)}$ $\underline{D=\mathbb{R}\backslash(3)}$, Lücke bei $\underline{x=3,}$ $\underline{\bar{f}(x)=x-5}$

205. a) $f(x)=\frac{x+1}{x^2-1}=\frac{(x+1)}{(x+1)(x-1)}$ Lücke bei $\underline{x=-1}$, $\underline{\bar{f}(x)=\frac{1}{x-1}}$

b) $x=2$ **c)** $x=-5$

206. a) $f(x)=\frac{x^2-5x+6}{x-3}=\frac{(x-3)(x-2)}{(x-3)}$ Lücke bei $\underline{x=3}$ $\underline{\bar{f}(x)=x-2}$

b) $f(x)=\frac{x-2}{x^2-4x+4}=\frac{x-2}{(x-2)^2}$ Lücke bei $\underline{x=2}$ Es existiert keine stetige Ersatzfunktion.

c) $x=1$

207. a) unecht **b)** echt **c)** echt

208. a) unecht **b)** unecht **c)** unecht

209. a) $f(x)=x^2+x+1+\frac{1}{x+1}$

b) $f(x)=\frac{x^2}{x+4}=\frac{x^2-16+16}{x+4}=\frac{x^2-16}{x+4}+\frac{16}{x+4}=\frac{(x-4)(x+4)}{(x+4)}+\frac{16}{x+4}=\underline{x-4+\frac{16}{x+4}}$

c) $f(x)=\frac{3x^2-5}{9}+\frac{25}{9(3x^2+5)}$

210. a) $f(x)=\frac{x-1}{x+1}=\frac{x-1+2-2}{x+1}=\frac{x+1-2}{x+1}=\frac{x+1}{x+1}-\frac{2}{x+1}=\underline{1-\frac{2}{x+1}}$

b) $f(x)=2-\frac{15}{x+9}$ **c)** $f(x)=\frac{3}{2}+\frac{1}{2(x-2)}$

211. a) $x=1$ **b)** $x=\frac{5}{3}$

c) $x=0,\ x=-1$

d) $f(x)=\frac{x^3}{x(5x-7)}$ $x=0$ ist eine Lücke aber keine Polstelle.

$5x-7=0\Rightarrow$ Polstelle ist nur $\underline{x=\frac{7}{5}}$.

212. a) $x=2,\ x=-1$ **b)** $x=-2$ **c)** keine Polstelle **d)** keine Polstelle

213. a) $$y=\lim_{x\to\infty}\frac{a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_0}{b_mx^m+b_{m-1}x^{m-1}+\ldots+b_0}=\lim_{x\to\infty}\frac{a_n\frac{x^n}{x^m}+a_{n-1}\frac{x^{n-1}}{x^m}+\ldots+a_0\frac{1}{x^m}}{b_m\frac{x^m}{x^m}+b_{m-1}\frac{x^{m-1}}{x^m}+\ldots+b_0\frac{1}{x^m}}$$

(1) $m>n\Rightarrow y=0$

(2) $m=n\Rightarrow y=\frac{a_n}{b_m}$

(3) $m<n\Rightarrow y=\frac{a_nx^{n-m}+a_{n-1}x^{n-m-1}+\ldots+a_m}{b_m}$

b) zu 211 a) Fall (1) zu 211 b) Fall (2) zu 211 c) Fall (1) zu 211 d) Fall (3)

zu 212 a) Fall (3) zu 212 b) Fall (1) zu 212 c) Fall (1) zu 212 d) Fall (2)

214. a) Polstelle: $x = -5$, Nullstelle: $x = 1$, Asymptote $y = 1$

b) $y = \frac{3}{2x^2-4} = \frac{3}{2(x^2-2)}$

$x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow \underline{x = \sqrt{2},\ x = -\sqrt{2} \text{ sind Polstellen.}}$

$0 = \frac{3}{2(x^2-2)} \Rightarrow 0 = 3 \Rightarrow$ Funktion hat keine Nullstelle.

Der Grad des Zählerpolynoms ist kleiner als der Grad des Nennerpolynoms.

$\Rightarrow \underline{\text{Asymptote: } y = 0}$

c) Polstelle: $x = \frac{3}{7}$, keine Nullstelle, Asymptote: $y = 0$

d) Polstelle: $x = 0$, Nullstellen: $x = 4$, $x = 2$, Asymptote: $y = x - 6$

215. a) Polstellen: $x = 4$, $x = 2$, keine Nullstelle, Asymptote: $y = 0$

b) Polstellen: $x = 5$, $x = 2$, Nullstelle: $x = \frac{4}{3}$, Asymptote: $y = 0$

c) Polstelle: $x = 2$, $x = \frac{1}{2}$, Nullstellen: $x = 3 \pm \sqrt{14}$, Asymptote: $y = \frac{1}{2}$

d) Polstellen: $x = -\frac{5}{2}$, $x = -6$, Nullstellen: $x = \frac{45}{8}$, $x = 5$, Asymptote: $y = 4$

216. a) Polstelle: $x = 2$, Nullstelle: $x = -1$, Asymptote: $y = 1$, keine Lücke

b) Polstelle: $x = -1$, Keine Nullstelle, Asymptote: $y = 0$, Lücke: $x = 1$

c) Polstellen: $x = \pm 1$, Nullstelle: $x = -2$, Asymptote: $y = 1$, keine Lücke

d) Polstellen: $x = \pm 2$, Nullstelle: $x = 0$, Asymptote: $y = 0$, keine Lücke

217. a) Polstellen: $x = 2$, $x = 1$, Nullstelle: $x = -\frac{2}{3}$, Asymptote: $y = 0$, Lücke: $x = 0$

b) keine Polstelle, Nullstellen: $x = 0$, $x = 1$, $x = -2$, Asymptote: $y = x + 1$, keine Lücke

c) keine Polstelle, Nullstelle: $x = 1$, Asymptote: $y = x - 1$, Lücke: $x = -1$

d) Polstelle: $x = -\frac{1}{3}$, keine Nullstelle, Asymptote: $y = \frac{x}{3} - \frac{7}{9}$, keine Lücke

218. b) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...

219. —

220. —

221. —

222. a) $E(R_1) = 39\,945{,}52 \frac{V}{m}$, $E(R_2) = 22\,469{,}36 \frac{V}{m}$

223. b) 3,437 LE, 49,1°

224. **a)** 107,24 km/h **b)** 6828 PKW **c)** 343,9 km/h bzw. 33,44 km/h

225. zwischen 0,85 ‰ und 1,1 ‰

226. **a)** 15,4° C **b)** 29° C

227. **a)** 502 Füchse **b)** $y = -15 + 10\sqrt{x^2 - 12{,}75}$

228. $t(x) = \frac{\sqrt{x^2+9}}{2} + \frac{\sqrt{(6-x)^2+20{,}25}}{6}$

229. **b)** streng monoton wachseud

c) je größer das Körpermaß L, desto größer der „Home range"

d) A = 6,011 L – 51,92, 80,55°

e) 0 bzw. 8,637 **f)** 3,13 bzw. 9,469 **g)** $S_1(0,0)$, $S_2(1,1)$

230. 27° C

231. **b)** (1) t = 1 (2) n = 170 **c)** $f^{-1}(n) = \sqrt{\frac{t}{170-t}}$ **d)** 170

232. **a)** $y' = 7x^6$ **b)** $y' = 99x^{98}$

c) $y' = (x^{-4})' = -4x^{-4-1} = -4x^{-5} = \underline{-\frac{4}{x^5}}$ **d)** $y' = -\frac{8}{x^9}$

233. **a)** $y' = -\frac{3}{x^4}$ **b)** $y' = -\frac{9}{x^{10}}$ **c)** $y' = 4x^3$

d) $y' = \left(\frac{1}{x^{-7}}\right)' = \left(x^7\right)' = 7x^{7-1} = \underline{7x^6}$

234. **a)** $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ **b)** $y' = \frac{5\sqrt[3]{x^2}}{3}$

c) $y' = \left(x^{-\frac{12}{7}}\right)' = -\frac{12}{7}x^{-\frac{12}{7}-1} = -\frac{12}{7}x^{-\frac{19}{7}} = \underline{-\frac{12}{7x^2\sqrt[7]{x^5}}}$

d) $y' = -\frac{22}{5x^5\sqrt[5]{x^2}}$

235. **a)** $y' = \frac{6}{7\sqrt[7]{x}}$

b) $y' = \left(\sqrt[25]{x^{14}}\right)' = \left(x^{\frac{14}{25}}\right)' = \frac{14}{25}x^{\frac{14}{25}-1} = \frac{14}{25}x^{-\frac{11}{25}} = \underline{\frac{14}{25\sqrt[25]{x^{11}}}}$

c) $y' = -\frac{1}{2x\sqrt{x}}$ **d)** $y' = -\frac{5}{7x\sqrt[7]{x^5}}$

236. **a)** $y' = \frac{3\sqrt{x}}{2}$ **b)** $y' = \frac{7}{10\sqrt[10]{x^3}}$ **c)** $y' = \frac{7}{12\sqrt[12]{x^5}}$

d) $y' = \left(7\sqrt{x^3}\sqrt[3]{x^7}\right)' = \left(x^{\frac{3}{7}}x^{\frac{7}{3}}\right)' = \left(x^{\frac{58}{21}}\right)' = \frac{58}{21}x^{\frac{37}{21}} = \underline{\frac{58x\sqrt[21]{x^{16}}}{21}}$

237. **a)** $y' = -\frac{1}{6x\sqrt[6]{x}}$

b) $y' = \left(\frac{\sqrt[5]{x}}{\sqrt[3]{x}}\right)' = \left(\frac{x^{\frac{1}{5}}}{x^{\frac{1}{3}}}\right)' = \left(x^{\frac{1}{5}-\frac{1}{3}}\right)' = \left(x^{-\frac{2}{15}}\right)' = -\frac{2}{15}x^{-\frac{17}{15}} = \underline{-\frac{2}{15x\sqrt[15]{x^2}}}$

c) $y' = \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ **d)** $y' = \frac{12}{35\sqrt[35]{x^{23}}}$

238. **a)** $y' = \left(\sqrt{x\sqrt{x}}\right)' = \left(\sqrt{xx^{\frac{1}{2}}}\right)' = \left(\sqrt{x^{\frac{3}{2}}}\right)' = \left(x^{\frac{3}{4}}\right)' = \frac{3}{4}x^{-\frac{1}{4}} = \underline{\frac{3}{4\sqrt[4]{x}}}$

b) $y' = \frac{3}{5\sqrt[5]{x^2}}$ c) $y' = \frac{13\sqrt[12]{x}}{12}$ d) $y' = \frac{11}{18\sqrt[18]{x^7}}$

239. a) $y' = \frac{5\sqrt[4]{x}}{4}$ b) $y' = \frac{37}{312x\sqrt[312]{x^{37}}}$

c) $y' = \left(\frac{\sqrt[3]{x^2}\sqrt[5]{x^3}x^2}{x\sqrt[15]{x}\sqrt[4]{x}}\right)' = \left(\frac{x^{\frac{2}{3}}x^{\frac{3}{5}}x^2}{xx^{\frac{1}{15}}x^{\frac{1}{4}}}\right)' = \left(x^{\frac{40+36+120-60-4-15}{60}}\right)' = \left(x^{\frac{39}{20}}\right)' =$

$= \frac{39}{20}x^{\frac{19}{20}} = \frac{39\sqrt[20]{x^{19}}}{20}$ d) $\frac{479\sqrt[420]{x^{59}}}{420}$

240. a) 75 b) 1024 c) -1 d) $-\frac{3}{16}$

241. a) -4 b) 4 c) 16 d) 27

242. a) $\frac{1}{27}$ b) $\frac{3}{8}$ c) $-\frac{1}{32\sqrt{2}}$ d) $-\frac{2}{5}$

243. a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $-\frac{1}{243}$ d) $-\frac{1}{128}$

244. a) $\frac{4}{3}$ b) $\frac{5}{12}$ c) $\frac{17}{12}$

d) $y' = \left(x^{\frac{8}{5}}x^{\frac{5}{8}}\right)' = \left(x^{\frac{89}{40}}\right)' = \frac{89}{40}x^{\frac{49}{40}} = \frac{89}{40}xx^{\frac{9}{40}} = \frac{89x\sqrt[40]{x^9}}{40}$

$f'(x_0) = f'(2) = \frac{89\cdot 2\sqrt[40]{2^9}}{40} = \frac{89\sqrt[40]{2^9}}{20}$

245. a) $\frac{1}{96\sqrt[6]{2}}$

b) $y' = \left(\frac{x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{4}}}\right)' = \left(x^{\frac{1}{12}}\right)' = \frac{1}{12}x^{-\frac{11}{12}} = \frac{1}{12\sqrt[12]{x^{11}}} = \frac{\sqrt[12]{x}}{12x}$

$f'(x_0) = f'(3) = \frac{\sqrt[12]{3}}{12\cdot 3} = \frac{\sqrt[12]{3}}{36}$

c) $\frac{13}{10}\sqrt[10]{2^9}$ d) $\frac{13}{12}$

246. a) $\frac{2}{15}$ b) $\frac{1}{27}$

c) $y' = \left[\left(x\sqrt[3]{x\sqrt[4]{x}}\right)^{\frac{1}{2}}\right]' = \left[\left(x\left(x\sqrt[4]{x}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}\right]' = \left[x^{\frac{1}{2}}\left(x\sqrt[4]{x}\right)^{\frac{1}{6}}\right]' = \left[x^{\frac{1}{2}}\left(xx^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{6}}\right]' =$

$= \left(x^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{6}}x^{\frac{1}{24}}\right)' = \left(x^{\frac{17}{24}}\right)' = \frac{17}{24}x^{-\frac{7}{24}} = \frac{17}{24\sqrt[24]{x^7}}$ $f'(x_0) = f'(6) = \frac{17}{24\sqrt[24]{6^7}}$

247. a) $y' = \left(\frac{x^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{4}}}\right)' = (x^{\frac{7}{12}})' = \frac{7}{12}x^{-\frac{5}{12}} = \frac{7}{12\sqrt[12]{x^5}}$

$f'(x_0) = f'(4) = \frac{7}{12\sqrt[12]{4^5}} = \frac{7}{12\sqrt[12]{(2^2)^5}} = \frac{7}{12\sqrt[6]{2^5}}$

b) $\frac{11}{12\sqrt[12]{3}}$ c) $\frac{2176\sqrt[3]{2}}{15}$

248. a) $y' = 0$ b) $y' = 0$ c) $y' = 2$ d) $y' = 28x^6$

249. a) $y' = -\frac{9}{x^4}$ b) $y' = -\frac{4}{x^3}$

c) $y' = (3x^{-2})' = -2\cdot 3x^{-2-1} = -6x^{-3} = -\frac{6}{x^3}$ d) $y' = -\frac{20}{3x^6}$

250. **a)** $y' = \frac{3}{2\sqrt{x}}$ **b)** $y' = 5 \cdot \frac{3}{4}x^{\frac{3}{4}-1} = \frac{15}{4}x^{-\frac{1}{4}} = \underline{\frac{15}{4\sqrt[4]{x}}}$ **c)** $y' = -\frac{2}{7x\sqrt{x}}$
d) $y' = -\frac{15}{8x^4}$

251. **a)** $y' = \frac{5}{\sqrt[7]{x^2}}$ **b)** $y' = \frac{21}{64\sqrt[8]{x^5}}$ **c)** $y' = \frac{17}{25x}\sqrt[25]{\frac{2}{x}}$
d) $y' = -\frac{1}{68x}\sqrt[12]{\frac{3}{x}}$

252. **a)** $y' = 6x(x-1)$ **b)** $y' = 7.4x^6 + 2.2x + 0 = \underline{4x(7x^5+1)}$ **c)** $y' = -(2x+5)$
d) $y' = 2x(2x^2+3)$

253. **a)** $y' = 20x^4 - 12x^3 + 36x^2 + 14x + 3$ **b)** $y' = 25x^4 + 32x^3 - 3x^2 + 18x$

254. **a)** $y' = -\frac{1}{x^2} + \frac{4}{x^3} - \frac{9}{x^4} + \frac{16}{x^5}$ **b)** $y' = -\frac{3}{2x\sqrt{3}} - \frac{35}{6x^2\sqrt[6]{x}}$
c) $y' = \left(\sqrt{7}x + \sqrt{7}x^{\frac{3}{2}} - 7x\right)' = \sqrt{7} + \frac{3}{2}\sqrt{7}x^{\frac{1}{2}} - 7 = \underline{\sqrt{7} + \frac{3}{2}\sqrt{7x} - 7}$
d) $y' = \frac{3-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} + \sqrt{3}$

255. **a)** $y' = \left(\sqrt[5]{4}x^{\frac{2}{5}} - 3\sqrt[9]{2}x^{\frac{8}{9}} - 7x^{-\frac{1}{4}} + 3x^{-\frac{1}{8}} + \sqrt{5}\right)' =$
$= \sqrt[5]{4} \cdot \frac{2}{5}x^{\frac{2}{5}-1} - 3\sqrt[9]{2} \cdot \frac{8}{9}x^{\frac{8}{9}-1} - 7\left(-\frac{1}{4}\right)x^{-\frac{1}{4}-1} + 3\left(-\frac{1}{8}\right)x^{-\frac{1}{8}-1} =$
$= \sqrt[5]{4} \cdot \frac{2}{5}x^{-\frac{3}{5}} - 3\sqrt[9]{2} \cdot \frac{8}{9}x^{-\frac{1}{9}} - 7\left(-\frac{1}{4}\right)x^{-\frac{5}{4}} + 3\left(-\frac{1}{8}\right)x^{-\frac{9}{8}} =$
$= \underline{\frac{2}{5}\sqrt[5]{\frac{4}{x^3}} - \frac{8}{3}\sqrt[9]{\frac{2}{x}} + \frac{7}{4x}\sqrt[4]{\frac{1}{x}} - \frac{3}{8x}\sqrt[8]{\frac{1}{x}}}$
b) $y' = \frac{11}{6}\sqrt[6]{8x^5} + 2\sqrt[5]{\frac{3}{x^3}} + \frac{4}{3x}\sqrt[3]{\frac{1}{x}} - \frac{1}{2x}\sqrt[6]{\frac{1}{x}}$

256. **a)** 0 **b)** 0 **c)** 5 **d)** 225

257. **a)** -8 **b)** -15 **c)** -486 **d)** $-\frac{1}{6}$

258. **a)** $\frac{1}{2}$ **b)** 1 **c)** $-\frac{1}{16}$
d) $y' = -3 \cdot \frac{2}{3}x^{-4} = -\frac{2}{x^4}$ $f'(x_0) = f'(2) = -\frac{2}{2^4} = \underline{-\frac{1}{8}}$

259. **a)** $\frac{5}{2}$ **b)** $f'(x) = \left(\frac{2}{7}x^{\frac{7}{9}}\right)' = \frac{2}{7} \cdot \frac{7}{9}x^{-\frac{2}{9}} = \frac{2}{9}x^{-\frac{2}{9}}$ $f'(x_0) = f'(1) = \underline{\frac{2}{9}}$
c) $-\frac{1}{4}$ **d)** $-\frac{2}{3}$

260. **a)** $-\frac{9}{2}$ **b)** 1344 **c)** -1182

261. **a)** 72 **b)** -7

262. **a)** $-\frac{21}{16}$ **b)** $-\frac{23}{16}$

263. a) $y' = \left(\sqrt[4]{5}x^{\frac{3}{4}} - \sqrt[5]{4}x^{\frac{4}{5}} + \sqrt[6]{5}x^{\frac{5}{6}} - 5x^{-\frac{1}{5}}\right)'$

$= \frac{3}{4}\sqrt[4]{5}x^{\frac{3}{4}-1} - \frac{4}{5}\sqrt[5]{4}x^{\frac{4}{5}-1} + \frac{5}{6}\sqrt[6]{5}x^{\frac{5}{6}-1} - \left(-\frac{1}{5}\right)5x^{-\frac{1}{5}-1} =$

$= \frac{3}{4}\sqrt[4]{5}x^{-\frac{1}{4}} - \frac{4}{5}\sqrt[5]{4}x^{-\frac{1}{5}} + \frac{5}{6}\sqrt[6]{5}x^{-\frac{1}{6}} + x^{-\frac{6}{5}} =$

$= \frac{3}{4}\sqrt[4]{\frac{5}{x}} - \frac{4}{5}\sqrt[5]{\frac{4}{x}} + \frac{5}{6}\sqrt[6]{\frac{5}{x}} + x^{-\frac{6}{5}}$

$f'(x_0) = f'(1) = \underline{\frac{3}{4}\sqrt[4]{5} - \frac{4}{5}\sqrt[5]{4} + \frac{5}{6}\sqrt[6]{5} + 1}$

b) $\frac{2}{7}\sqrt[7]{3} + \frac{8}{5}\sqrt[5]{8} - \frac{181}{56}$

264. a) $y' = 4x - 8$ **b)** $y' = 18x + 27$

265. a) $y' = 105x^2 + 10x - 14$ **b)** $y' = 96x^3 - 124x$

266. a) $y' = 8x + 16$ **b)** $y' = 162x - 18$

267. a) $y' = 3x^2$

b) $y' = 1(x^2 - 3x + 9) + (x + 3)(2x - 3) = x^2 - 3x + 9 + 2x^2 + 3x - 9 = \underline{3x^2}$

268. a) $y' = 108x^3 - 45x^2 + 8x + 3$ **b)** $y' = 784x^3 + 504x^2 + 72x$

269. a) $y' = 2\sqrt[3]{2}x + \frac{13}{15}\sqrt[15]{\frac{8}{x^2}} - \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} - \frac{23\sqrt[15]{256x^8}}{15} - \frac{2}{5}\sqrt[5]{\frac{4}{x^3}} - \frac{2}{15x}\sqrt[15]{\frac{8}{x^2}} +$

$+ \frac{5}{6}\sqrt[6]{\frac{4}{x}} - \frac{3}{10x}\sqrt[10]{\frac{4}{x^3}} + \frac{5}{6x\sqrt[6]{x^5}}$

b) $y' = 3 - \frac{7\sqrt[6]{x}}{2} - \frac{3\sqrt{x}}{2} + \frac{2}{\sqrt[3]{x}} + \frac{3}{\sqrt{x}} + 2x - \frac{3}{2\sqrt[6]{x^5}} - \frac{9}{x\sqrt{x}}$

270. $y' = 12x^2 + 4x - 50$

271. $y' = 228$

272. a) 0 **b)** -150

273. a) 5 **b)** 78

274. a) -20 **b)** 10

275. a) $-\frac{7}{4}$

b) $f'(x) = 1(x^2 + 2x + 4) + (x - 2)(2x + 2) = x^2 + 2x + 4 + 2x^2 - 2x - 4 = 3x^2$

$f'(x_0) = f'\left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right) = 3\left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2 = \underline{1}$

276. a) 9 **b)** 47

277. a) 44

b) $y' = \left(x^{\frac{3}{4}}(x - 1)^3\right)' = \frac{3}{4}x^{-\frac{1}{4}}(x - 1)^3 + \sqrt[4]{x^3} \cdot 3(x - 1)^2 \quad f'(x_0) = f'(1) = \underline{0}$

278. -19

279. 0

280. **a)** $y' = -\frac{1}{(x+1)^2}$ **b)** $y' = \frac{1}{(1-x)^2}$ **c)** $y' = \frac{2x}{(1+x^2)^2}$

281. **a)** $y' = \frac{6}{(5-2x)^2}$ **b)** $y' = \frac{4}{(7-x)^2}$ **c)** $y' = -\frac{3}{(x-1)^2}$

282. **a)** $y' = -\frac{2}{(x-1)^2}$ **b)** $y' = \frac{2}{(x+1)^2}$ **c)** $y' = \frac{-2}{(x+1)^2}$

283. **a)** $y' = -\frac{13}{(5x-7)^2}$ **b)** $y' = -\frac{22}{(2x-3)^2}$ **c)** $y' = -\frac{19}{(4-x)^2}$

284. **a)** $y' = -\frac{46x}{(3x^2+5)^2}$ **b)** $y' = -\frac{4}{x^3}$ **c)** $y' = -\frac{20x}{(x^2+7)^2}$

285. **a)** $y' = -\frac{12}{(x-1)^3}$ **b)** $y' = \frac{-6x^2+2x+31}{(x^2-5x+6)^2}$ **c)** $y' = \frac{-2x^2+40x-11}{(2x^2-2x+9)^2}$

286. **a)** $y' = \frac{6}{(x+3)^2}$ **b)** $y' = \frac{4}{(x+4)^2}$ **c)** $y' = -\frac{2(25x^2-10x-1)}{(5x-1)^2}$

287. **a)** $y' = -\frac{2}{(2x-5)^2}$ **b)** $y' = 2$ **c)** $y' = \frac{9x^2-6x-1}{3x^2(3x+1)^2}$

288. **a)** $-\frac{1}{4}$ **b)** $\frac{1}{90}$ **c)** $-\frac{3}{2}$

289. **a)** $-\frac{1}{7}$ **b)** $\frac{17}{49}$ **c)** $\frac{1}{7}$

290. **a)** $\frac{3}{4}$ **b)** $\frac{44}{961}$ **c)** -210

291. **a)** $\frac{1}{4}$ **b)** -37 **c)** 65

292. **a)** 0 **b)** $\frac{6}{49}$

293. **a)** $-\frac{77}{25}$

b) $$y' = \frac{-5(5-6x)-(6-5x)(-6)}{(5-6x)^2} - \frac{4(4-3x)-(3+4x)(-3)}{(4-3x)^2} + \frac{(4x+3)(4x^2-3x+2)-(2x^2+3x+4)(8x-3)}{(4x^2-3x+2)^2} =$$

$$= \frac{11}{(5-6x)^2} - \frac{25}{(4-3x)^2} + \frac{-18x^2-24x+18}{(4x^2-3x+2)^2}$$

$$f'(x_0) = f'(-5) = \frac{11}{(35)^2} - \frac{25}{(19)^2} - \frac{312}{(117)^2} = \underline{-0{,}083}$$

294. **a)** $-\frac{23}{20}$ **b)** $0{,}321$

c) $$y' = \frac{3(x^2+5x)^2(2x+5)\left(x^{\frac{2}{3}}+x^{\frac{3}{2}}\right)-(x^2+5x)^3\left(\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}+\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}\right)}{\left(x^{\frac{2}{3}}+x^{\frac{3}{2}}\right)^2}$$

$$f'(x_0) = f'(1) = \frac{3(6)^2\cdot 7\cdot 2-(6)^3\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{2}\right)}{(2)^2} = \underline{261}$$

295. **a)** $-10{,}434$ **b)** $-5{,}0462$

296. **a)** Funktionswertänderung: $y_1 - y_0$, Argumentwertänderung: $x_1 - x_0$

b) Nein. **c)** $\dot{k} = \frac{1}{2}$ **d)** $k = \frac{y_1-y_0}{x_1-x_0}$

e) Man kürze durch bzw. erweitere mit (-1). **f)** $y = x + 1$

g) Eine Sekante einer Kurve heißt jede Gerade, welche die Kurve in mindestens 2 Punkten schneidet.

h) x–Achse und zu ihr parallele Gerade.

297. a) wahr **b)** wahr **c)** wahr **d)** falsch

e) wahr **f)** wahr **g)** falsch **h)** wahr

298. a) Unterschiede: Größenordnung und Genauigkeit
Gemeinsamkeit: Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit

b) Δs =Wegstrecke (Wegdifferenz), Δt = Zeitdauer(Zeitdifferenz)

c) v ist von g und t abhängig, der Zusammenhang ist linear.

d) $2\frac{m}{s}$ **e)** $v(t_0) = \frac{2t_0}{5} + 3$

299. a) 21 **b)** 19

300. $350\frac{m}{s}$

301. Die Beschleunigung ist die erste Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit:
$a(t) = v'(t) = \frac{dv}{dt}$. Hier wurde jedoch $\frac{dv}{ds}$ berechnet.

302. a) an der Stelle $x = 1159,69$

b) Stellen wir uns vor, wir verschieben die Gerade g parallel bis sie mit k nur einen gemeinsamen Punkt hat. Da dieser der einzige Schnittpunkt mit k ist, ist die so entstandene Gerade eine Tangente an k.
Für die tiefste Stelle x_t gilt daher: $f'(x_t) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$
A und B sind die Schnittpunkte der Gerade g mit der Kurve $y = ax^2 + bx + c$
$A(0,\ y_A) \Rightarrow y_A = c = 2668{,}85$
$B(1159{,}69,\ y_B)$
$\Rightarrow y_B = 0{,}00015(1159{,}69)^2 + 0{,}137(1159{,}69) + 2668{,}85 \Rightarrow y_B = 3029{,}46$
$f'(x) = 2ax + b \Rightarrow f'(x_t) = 2ax_t + b = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow$
$x_t = \frac{1}{2a}\left(\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} - b\right) = \frac{1}{2\cdot 0{,}00015}\left(\frac{3029{,}46 - 2668{,}85}{1159{,}69 - 0} - 0{,}137\right) = \underline{579{,}8\text{ m}}$ 314?

303. a) 7 **b)** 48

304. Beweis der Produktregel:

$$f'(x_0) = \lim_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \lim_{x\to x_0} \frac{u(x)v(x)-u(x_0)v(x_0)}{x-x_0} =$$
$$= \lim_{x\to x_0} \frac{u(x)v(x)-u(x_0)v(x)+u(x_0)v(x)-u(x)_0v(x_0)}{x-x_0} =$$
$$= \lim_{x\to x_0} \frac{(u(x)-u(x_0))v(x)+u(x_0)(v(x)-v(x_0))}{x-x_0} =$$
$$= \lim_{x\to x_0} \left[\frac{u(x)-u(x_0)}{x-x_0}v(x) + u(x_0)\frac{v(x)-v(x_0)}{x-x_0}\right] = \underline{u'(x_0)v(x_0) + u(x_0)v'(x_0)}$$

305. —

306. —

307. —

308. —

309. a) (1) $k = 2,\ t\colon y = 2x - 1$ (2) $k = 2\sqrt{3},\ t\colon y = 2\sqrt{3}x - 3$

b) (1) $k = -4,\ t\colon y = -4x + 5$ (2) $k = -12\sqrt[4]{3},\ t\colon y = -12\sqrt[4]{3}x + 15$

c) (1) $k = -2,\ t\colon y = -2x + 6$ (2) $k = -\frac{27}{32},\ t\colon y = -\frac{27}{32}x + \frac{9}{2}$

310. a) $S_1(0,0),\ 90°,\ S_2(1,1),\ 52,13°$

b) $S_1(-1,-1),\ 26{,}57°,\ S_2(0,0),\ 45°,\ S_3(1,1),\ 26{,}57°$

c) $S_1(-3,-9),\ 8{,}13°,\ S_2(-2,-6),\ 4{,}40°$ **d)** $S_1\left(\frac{3}{2},\frac{7}{2}\right),\ 8{,}13°,\ S_2(2,5),\ 4{,}40°$

311. $S_1(0,-4),\ S_2(1{,}063,-3{,}91)$

312. a) (1) $P(0{,}43,-0{,}31)$ (2) $P\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{4}\right)$

b) $P_1(-0{,}88,-3{,}91),\ P_2(0{,}22,-3{,}94)$ (2) $P_1(-1,-4),\ P_2\left(\frac{1}{3},-\frac{104}{27}\right)$

313. a) Die Tangente ist in jenen Punkten mit der Gerade parallel, wo die 1. Ableitung der Funktion gleich dem Anstieg der Geraden ist.

$$\left(\frac{3x^2-9}{5x-4}\right)' = \frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$$

$$\frac{6x(5x-4)-5(3x^2-9)}{(5x-4)^2} = \frac{19}{12}$$

$$\frac{15x^2-24x+45}{25x^2-40x+16} = \frac{19}{12}$$

$$12(15x^2 - 24x + 45) = 19(25x^2 - 40x + 16)$$

$$180x^2 - 288x + 540 = 475x^2 - 760x + 304$$

$$0 = 295x^2 - 472x - 236$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -0,4$$

$$\Rightarrow \underline{S_1(2,\ 0{,}5),\ S_2(-0{,}4,\ 1{,}42)}$$

b) $S_1(2{,}6,\ 1{,}25),\ S_2\left(-1,\ \frac{2}{3}\right)$

314. a) $t_1\colon y = x - 3,\ t_2\colon y = -x + 2$ **b)** $t_1\colon y = -8x - 24,\ t_2\colon y = 8x - 40$

315. a) $t_1\colon y = -11x - \frac{33}{2},\ t_2\colon y = 11x - 44,\ 10{,}4°$

b) Bestimmung der Koeffizienten a,b,c: $y = ax^2 + bx + c$

$$\left.\begin{aligned} a - b + c &= 7 \\ 4a + 2b + c &= -8 \end{aligned}\right\}\quad 3a + 3b = -15$$

$$\left.\begin{aligned} 4a + 2b + c &= -8 \\ 9a + 3b + c &= 11 \end{aligned}\right\}\quad 5a + b = 19$$

$$\overline{a = 6,\ \ b = -11,\ \ c = -10}$$

$\Rightarrow y = 6x^2 - 11x - 10$ Nullstellen $N_1(x_1,\ 0),\ N_2(x_2,\ 0)$:

$6x^2 - 11x - 10 = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{2}{3},\ x_2 = \frac{5}{2}$

Aufstellen der Tangentengleichungen:

$N_1\left(-\frac{2}{3},\ 0)\right) \in t_1\colon y = k_1x + d_1$ $\qquad N_2\left(\frac{5}{2},\ 0\right) \in t_2\colon y = k_2x + d_2$

Tangentensteigungen:

$k_1 = f'\left(-\frac{2}{3}\right) = -19$ $\qquad k_2 = f'\left(\frac{5}{2}\right) = 19$

Bestimmung von $d_1,\ d_2$:

$N_1\left(-\frac{2}{3},\ 0\right) \in t_1 \Rightarrow 0 = \frac{38}{3} + d_1 \Rightarrow d_1 = -\frac{38}{3}$

$N_2\left(\frac{5}{2},\ 0\right) \in t_2 \Rightarrow 0 = \frac{95}{2} + d_2 \Rightarrow d_2 = -\frac{95}{2}$

$\Rightarrow \underline{t_1\colon y = -19x - \frac{38}{3},\ t_2\colon y = 19x - \frac{95}{2}}$

Steigungswinkel $\phi_1,\ \phi_2$:

$$\left.\begin{array}{lll} \tan\phi_1 = -19 & \Rightarrow \phi_1 & = -86{,}987^\circ \\ \tan\phi_2 = 19 & \Rightarrow \phi_2 & = 86{,}987^\circ \end{array}\right\} \phi = 180 - (\phi_2 - \phi_1) = \underline{6{,}026^\circ}$$

316. —

317. a) $x_1 = -1,\ x_2 = 1$ **b)** $x_1 = -1 + \sqrt{6},\ x_2 = -1 - \sqrt{6}$

318. a) $y'' = 56x^6,\ y''' = 336x^5$ **b)** $y'' = 36x^2 - 10,\ y''' = 72x$

c) $y'' = \frac{6}{25x^2\sqrt[5]{x}},\ y''' = -\frac{66}{125x^3\sqrt[5]{x}}$ **d)** $y'' = \frac{20}{3x^6},\ y''' = -\frac{40}{x^7}$

319. a) $y'' = \frac{8}{81x\sqrt[9]{x^8}},\ y''' = \frac{136}{729x^2\sqrt[9]{x^8}}$

b) $y'' = 2x(28x^5 - 40x^2 - 9),\ y''' = 6(56x^5 - 40x^2 - 3)$

c) $y'' = \frac{24x^6(9x^8+7)}{(x^8-1)^3},\ y''' = \frac{144x^5(15x^{16}+42x^8+7)}{(x^8-1)^4}$

d) $y'' = \frac{10x^3(2x^6-3x^5-3x+2)}{(x^5+1)^3},\ y''' = \frac{30x^2(-4x^{11}+7x^{10}+17x^5-16x^5-4x+2)}{(x^5+1)^4}$

320. a) 5 **b)** $1 + \sqrt{2},\ 1 - \sqrt{2}$

321. $y = x^3 - x^2 + x - 1$

322. $y = x^3 + 2x^2 + 3x + 4$

323. $y = x^3 - 2x^2 + 3x + 4$

324. $y = x^3 + 2x^2 - 3x - 4$

325. $\frac{3}{4}$

326. a) $1, \pm\sqrt{6}$ **b)** $\frac{9}{2}$

327. a) $f'x = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ -0{,}003x^2 + 0{,}3x & \text{für } 0 \leqslant x \leqslant 100, \\ 0 & \text{für } x > 100 \end{cases}$ $\quad f''x = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ -0{,}006x + 0{,}3 & \text{für } 0 \leqslant x \leqslant 100 \\ 0 & \text{für } x > 100 \end{cases}$

b) An den Übergängen ($x = 0,\ x = 100$) sollte $f'(x) = 0$ und $f''(x) = 0$ gelten. Dies ist nicht der Fall.

328. a) $\frac{dy}{da} = x$ b) $\frac{dy}{da} = 3x^3$ c) $\frac{dy}{da} = \frac{x}{3\sqrt[3]{(ax)^2}}$ d) $\frac{dy}{da} = -\frac{1}{xa^2}$

329. a) $\frac{dy}{da} = -\frac{\sqrt{x}}{a^2}$ b) $\frac{dy}{da} = -1$ c) $\frac{dy}{da} = 2(a - x)$

d) $\frac{dy}{da} = -\frac{2x^3+3a^2x^2+4a^3}{(x^2+2a)^2}$

330. $-71{,}57°$ bzw. $18{,}43°$

331. $y = 12x - 40$

332. $y = -8x + 63$

333. a) 4905 m, 4545 m, 4500 m, 4545 m b) $-10{,}8$ m/Jahr c) 1966

334. a) 25,17 m b) 66,46 m c) 157,31 m

335. a) (2) Für den 5. Gang ist diese Frage deshalb ohne praktische Bedeutung, weil bei geringem Streckenverbrauch die Motordrehzahl sehr niedrig ist, d. h. unterhalb der Motordrehzahl in der Fahrpraxis liegt.

336. —

337. a) $y' = 24x^2(x^3 - 4)^7$ b) $y' = -15x^2(4 - x^3)^4$

c) $y' = 9(2x - 3)(x^2 - 3x + 1)^8$

338. a) $y' = 2x\left(1 - \frac{9}{x^4}\right)$

b) $y = (x^5 - x^{-2})^4 \Rightarrow y' = 4(x^5 - x^{-2})^3[5x^{5-1} - (-2)x^{-2-1}] = \underline{4\left(x^5 - \frac{1}{x^2}\right)^3\left(5x^4 + \frac{2}{x^3}\right)}$

c) $y' = 24\left(3x - \frac{2}{x^3}\right)^7\left(1 + \frac{2}{x^4}\right)$

339. a) $y' = 1 - \frac{3}{\sqrt{x}}$ b) $y' = 2(3x + \sqrt[5]{x})\left(\frac{1}{3\sqrt[3]{5-x^2}} + 3\right)$

c) $y' = 3\left(\frac{3}{5}\sqrt[5]{\frac{3}{x^2}} - 7\right)\left(\sqrt[5]{3x^3} - 7x + 2\right)^2$

340. a) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$ b) $y' = -5x\sqrt{(3 - x^2)^3}$ c) $y' = \frac{7(2x-7)\sqrt{(x^2-7x+9)^5}}{2}$

341. a) $y' = -\frac{2x}{3\sqrt[3]{(5-x^2)^2}}$ b) $y' = \frac{27x}{2\sqrt[4]{(9x^2-1)}}$

c) $y = (3x^2 - x + 1)^{\frac{2}{5}} \Rightarrow y' = \frac{2}{5}(3x^2 - x + 1)^{\frac{2}{5}-1}(6x - 1)$

$= \frac{2}{5}(3x^2 - x + 1)^{-\frac{3}{5}}(6x - 1) = \underline{\frac{2(6x-1)}{5\sqrt[5]{(3x^2-x+1)^3}}}$

342. a) $y' = \frac{3(x^5-1)^2(4x^5+15x^4+1)}{(x+3)^4}$ b) $y' = 24x^7(x^2 - 1)(x^2 - 3)^7$

c) $y' = \frac{9(3x^2-7x+9)^8(9x^2+30x-62)}{(3x+5)^{10}}$

343. a) $y' = \frac{12}{(3-4x)\sqrt{9-16x^2}}$ b) $y' = \frac{14}{3\sqrt[3]{[(49-x^2)(7-x)]^2}}$

c) $y' = -\frac{6}{(2x-9)\sqrt[4]{(3+2x)^3)(2x-9)}}$

344. a) $y' = -\frac{13x+10}{(2x-13)^2\sqrt{x^2+5}}$ b) $y' = -\frac{8x^2+4x+36}{3(4x-1)^2\sqrt[3]{(2x^2+3)^2}}$

c) $y' = \frac{6x}{5\sqrt[5]{(x^2+3)^2}\sqrt{x+1}} - \frac{\sqrt[5]{(x^2+3)^3}}{2(x+1)\sqrt{x+1}}$

345. a) $y' = \frac{3x-5}{2\sqrt{x-3}}$ b) $y' = \frac{10x(x^2-6)}{3\sqrt[3]{x^2-4}}$ c) $y' = \frac{5x^2-5x-3}{(x-1)\sqrt{x^2-1}}$

346. a) $y' = -\frac{9}{\left(x-\sqrt{9-x^2}\right)^2\sqrt{9+x^2}}$ b) $y' = -\frac{7\left(\sqrt{7+x^2}+\sqrt{7-x^2}+2x\right)}{\left(x-\sqrt{7-x^2}\right)^2\sqrt{49-x^4}}$

c) $\frac{(2-x)\sqrt{1+x}-(2+x)\sqrt{x-1}+2}{4\sqrt{x^2-1}\left(x-\sqrt{x-1}\right)^2\sqrt{\frac{x+\sqrt{1+x}}{x-\sqrt{x-1}}}}$

347. a) 0 b) -24

348. a) $\frac{800}{27}$

b) $y = (x^2 - x^{-2})^3 \Rightarrow y' = 3(2x + 2x^{-3})(x^2 - x^{-2})^2 = 6\left(x + \frac{1}{x^3}\right)\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2$

$f'(x_0) = f'(-1) = 6(-1-1)(1-1)^2 = \underline{0}$

349. a) 0 b) $\frac{1}{9}$

350. a) $\frac{80}{3}$ b) 0

351. a) $\frac{1}{4}$ b) $-\frac{4\sqrt{2}}{3}$

352. a) $-\frac{3}{2}$ b) 2

353. a) -80 b) 3888

354. a) $\frac{8}{\sqrt{3}}$ b) $\frac{2\sqrt[3]{9}}{9}$

355. a) $\frac{5}{2}$ b) $52\sqrt{62}$

356. a) 0 b) $-\frac{8}{75}$

357. a) $\frac{5}{9}$ b) $\frac{2}{3-\sqrt{3}}$

358. a) Für y ist u eine unabhängige, für x eine abhängige Variable.

b) äußere Ableitung c) $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dv} \cdot \frac{dv}{dx}$

359. a) $\frac{dP}{dz} = 6z - 4$ b) $\frac{ds}{dz} = 3\pi z^2 - \frac{6}{z^2}$

360. a) $\frac{dK}{dz} = 5 + \frac{16}{z^3}$ b) $\frac{dQ}{dy} = -12$

361. a) $\frac{d\bar{P}}{dz} = 10 - 2z$ b) $\frac{dA}{ds} = a - 2s$

362. a) $\frac{dQ}{ds} = 3a - 2s$ b) $\frac{dV}{dl} = 2x(l - 5x)$

363. a) $\frac{dS}{df} = -\frac{a}{f^2}$ b) $\frac{dS}{dg} = -\frac{1}{g^2}$

364. a) $\frac{dM}{dq} = -\frac{2g}{(g+q)^2}$ b) $\frac{dT}{df} = -\frac{2g}{(4g-7f)^2}$

365. a) $\frac{dQ}{dy} = 4(y-3)$ b) $\frac{dL}{dv} = 3v^2 + 2v - 8$

366. a) $\frac{dR}{db} = (A-2b)(6b-A-16)$ b) $\frac{dZ}{dq} = (3x-5q)(15q-13x)$

367. a) $\frac{dV}{dr} = \frac{4r}{\sqrt{4r^2-s}}$ b) $\frac{dU}{dx} = 1 - \frac{x}{\sqrt{4v^2-x^2}}$

368. a) $\frac{dU}{dq} = \frac{p}{2\sqrt{pq}} - \frac{1}{2\sqrt{p-q}}$ b) $\frac{dA}{dx} = \frac{3x^2-5}{2\sqrt{x^3-5x}} - \frac{r}{2\sqrt{rx}}$

369. a) $\frac{dG}{dl} = \frac{7s^2-2l^2}{\sqrt{7s^2-l^2}}$ b) $\frac{dF}{dh} = \frac{3hr-2h^2}{\sqrt{2hr-h^2}}$

370. a) $\frac{d\bar{A}}{ds} = \frac{s(s-a)+s(s-b)+(s-a)(s-b)}{3\sqrt[3]{[s(s-a)(s-b)]^2}}$

b) $\frac{d\bar{H}}{ds} = \frac{s(s-a)(s-b)+s(s-a)(s-c)+s(s-b)(s-c)+(s-a)(s-b)(s-c)}{4\sqrt[4]{[s(s-a)(s-b)(s-c)]^3}}$

371. a) $\frac{dF}{do} = \frac{4oy^2-y-5o^2}{2\sqrt{y^2-o}}$ b) $\frac{dH}{db} = \frac{4bK-5b^2-K}{2\sqrt{K-b}}$

372. a) $\frac{dB}{dU} = \frac{10a-3U}{8\sqrt{2a-\frac{U}{2}}}$ b) $\frac{dZ}{dc} = \frac{3c^2m\sqrt{c}-4c^3+m^2}{2\sqrt{c(c^3-m^2)}}$

373. a) $\frac{dR}{dw} = \frac{2wu(7-3w^2u)}{(w^4-u)\sqrt{w^4-u}}$ b) $\frac{dQ}{dh} = \frac{-1}{(l+h)\sqrt{l^2-h^2}}$

374. a) $\frac{dN}{dm} = \frac{m^3+q-6mq}{2\sqrt{(m^2-q)^3(3q-m)}}$ b) $\frac{dL}{dA} = \frac{A^2-t^2+s-2As^2-2At}{2\sqrt{(A^2+t^2-s)^3(s^2+t-A)}}$

375. —

376. a) $\{2,\ -1\}$ b) $\{1{,}532,\ 0{,}347,\ -1{,}879\}$

377. a) $\{8,\ -3,\ -14\}$ b) $\{3{,}571,\ 1{,}143\ -1{,}714\}$

378. a) $\{1,\ 0{,}791,\ -3{,}791\}$ b) $\{1{,}9,\ 0{,}7,\ -0{,}5\}$

379. a) $\{2{,}854,\ 1,\ -3{,}854\}$

b) $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 4$

$y' = 3x^2 + 12x + 9$

n	x_n	$f(x_n)$	$f'(x_n)$	$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$
0	0	4	9	$-\frac{4}{9}$
1	$-\frac{4}{9}$	1,0974	4,259	−0,702
2	−0,702	0,293	2,054	−0,845
3	−0,845	0,0758	1,002	−0,921
4	−0,921	0,0192	0,4927	−0,9599
5	−0,9599	$4{,}888 \cdot 10^{-3}$	0,1346	−0,9962
6	−0,9962	$4{,}3375 \cdot 10^{-5}$	0,0228	−0,9981
7	−0,9981	$1{,}08367 \cdot 10^{-5}$	0,01141	−0,9990
8	−0,9990	$3{,}0009 \cdot 10^{-5}$	$6{,}003 \cdot 10^{-3}$	−0,9995
9	−0,9995	$7{,}5 \cdot 10^{-7}$	$3{,}00075 \cdot 10^{-3}$	−0,99975
10	−0,99975	$1{,}874 \cdot 10^{-7}$	$1{,}5 \cdot 10^{-3}$	−0,99987
11	−0,99987	$3 \cdot 10^{-8}$	$6{,}0003 \cdot 10^{-4}$	−0,99992

Bei n = 11 stimmen die Ergebnisse der letzten zwei Werte auf 4 Dezimalstellen übereine: $x_{11} = x_{12} = -0,9999$

Wir runden auf 3 Dezimalstellen. Die Lösung x der Gleichung können wir mit $\bar{x} = -1$ angeben.

$$
\begin{array}{l}
(x^3 + 6x^2 + 9x + 4) : (x + 1) = x^2 + 5x + 4 \\
-(x^3 + x^2) \\
\quad 5x^2 + 9x \\
\quad -(5x^2 + 5x) \\
\qquad 4x + 4 \\
\qquad -(4x + 4) \\
\qquad\quad 0
\end{array}
$$

$y = (x + 1)(x^2 + 5x + 4)$

$x^2 + 5x + 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad (x + 1)(x + 4) = 0$

$x = -4$ weitere Lösung $\quad (x = -1 \ldots\ldots$ Doppellösung)

$L = \{-1, -4\}$

380. **a)** $\{2\}$ **b)** $\{-8\}$

381. **a)** $\{-11{,}2\}$ **b)** $\{-1{,}4\}$

382. **a)** $\{-1{,}414\}$ **b)** $\{1{,}732\}$

383. **a)** $\{4{,}123\}$ **b)** $\{3{,}606\}$

384. **a)** $N(-1, 0)$ **b)** $N(-3, 0)$

385. **a)** $N(0{,}75, 0)$ **b)** $N(4{,}594, 0)$

386. $N(-5, 0)$

387. $N(1{,}9975, 0)$

388. $N(6{,}559, 0)$

389. $N(-3{,}079, 0)$

390. **a)** $P(x_0, f(x_0))$ **b)** $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ **c)** $x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$
d) $y = f(x_1) + f'(x_1)(x - x_1)$ **e)** $x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'x_1)}$

391.

$$\frac{f(x_n)}{x_n - x_{n+1}} = f'(x_n)$$

$$\frac{x_n - x_{n+1}}{f(x_n)} = \frac{1}{f'(x_n)} \qquad | \cdot f(x_n)$$

$$x_n - x_{n+1} = \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

$$\underline{x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}}$$

392. a) Da hier $f'(x_0) \neq 0$, erhält man eine konstante Iterationsfolge.

b) Da hier $f'(x_0) = 0$, lässt sich das NEWTONsche Näherungsverfahren nicht anwenden.

393. a) 2,67 **b)** —

394. Nein, da $f'(4) = 0$

395. 1%

396. a) $\{1\}$ **b)** 12,5%

397. a) $\{-3\}$ **b)** 2-mal

398. a) $\{2\}$ **b)** 2,42 bzw. 1,62

399. a) $P(0{,}847,\ -0{,}608)$ **b)** $N(0{,}847,\ 0)$ **c)** $x = 0{,}847$

400. a) 2,45 **b)** —

401. $a = 7\,\text{cm},\ h = 20\,\text{cm}$

402. 10,4 mm

403. 18,42 cm

404. 1,548 cm, 0,904 cm

405. a) 1,4902

b)

$$x^2 = 2 + \sqrt{x}$$

$$x^2 - 2 = \sqrt{x} \qquad | \cdot (\ )^2$$

$$x^4 - 4x^2 + 4 = x$$

$$x^4 - 4x^2 - x + 4 = 0$$

$\underline{x = 1}$ $\quad$ keine Lösung der Gleichung (Probe!)

$$\begin{array}{l}
(x^4 \qquad - 4x^2 - x + 4) : (x - 1) = x^3 + x^2 - 3x - 4 \\
\underline{-(x^4 - x^3)} \\
\quad x^3 - 4x^2 \\
\quad \underline{-(x^3 - x^2)} \\
\qquad -3x^2 - x \\
\qquad \underline{-(-3x^2 + 3x)} \\
\qquad\qquad -4x + 4 \\
\qquad\qquad \underline{-(-4x + 4)} \\
\qquad\qquad\qquad 0
\end{array}$$

$$y = x^3 + x^2 - 3x - 4$$

$$y' = 3x^2 + 2x - 3$$

Zuerst wird eine Wertetabelle aufgestellt.

x	−1	0	1	2
y	−1	−4	−5	2

$f(1) = -5, \quad f(2) = 2$

Die Lösung liegt Im Intervall [1, 2].

Innerhalb dieses Intervalls bestimmen wir einen Ausgangspunkt, z. B. $x = 1{,}5$

n	x_n	$f(x_n)$	$f'(x_n)$	$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$
0	1,5	−2,875	6,75	1,92593
1	1,92593	1,07504	11,9794	1,83619
2	1,83619	0,053861	10,7871	1,83119
3	1,83119	0,000162	10,7222	1,83118
4	1,83118	$1{,}4845 \cdot 10^{-9}$	10,722	1,83118

Bei n = 3 stimmen die Ergebnisse der letzten zwei Werte auf 5 Dezimalstellen überein: $x_3 = x_2 = 1{,}83118$. Wir runden auf 4 Dezimalstellen. $\Rightarrow \underline{x = 1{,}8312}$

$$(x^3 + x^2 - 3x - 4) : (x - 1{,}8312) = x^2 + 2{,}8312x + 2{,}1845$$
$$\frac{-(x^3 - 1{,}8312x^2)}{2{,}8312x^2 - 3x}$$
$$\frac{-(2{,}8312x^2 - 5{,}1845x)}{2{,}1845x - 4}$$
$$\frac{-(2{,}1845x - 4{,}00025)}{0{,}00025}$$

$x^2 + 2{,}8312x + 2{,}1845$ hat <u>keine reelle Lösung</u>.

Die einzige Lösung der Ungleichung ist $\underline{x = 1{,}8312}$.

c) 2,1101 **d)** 2,3524

406. **a)** 1,2775 **b)** 1,4636 **c)** 1,6098 **d)** 1,7326

407. —

408. **a)** Dezimalkomma **b)** $e = 2{,}71828182845904$

409. **a)** (1) $N_1(0,\ 0)$, $N_2(5,\ 0)$ (2) $T(\frac{5}{2}, \frac{25}{2})$

(3) kein Wendepunkt, keine Wendetangente

b) (1) $N_1(4,\ 0)$, $N_2(-3,\ 0)$ (2) $T\left(\frac{1}{2}, -\frac{49}{4}\right)$

(3) kein Wendepunkt, keine Wendetangente

c) (1) $N_1(5{,}81,\ 0)$, $N_2(-3{,}41,\ 0)$ (2) $T(1{,}2,\ -10{,}62)$

(3) kein Wendepunkt, keine Wendetangente

410. a) (1) $N_1(0,\ 0)$, $N_2(2\sqrt{3},\ 0)$, $N_3(-2\sqrt{3},\ 0)$ (2) $T(2,\ 4)$, $H(-2,\ 4)$

(3) $W(0,\ 0)$, t: $y = -3x$

b)

$$y = \tfrac{1}{2}(x^3 + 3x^2)$$
$$y' = \tfrac{1}{2}(3x^2 + 6x)$$
$$y'' = 3x + 3$$
$$y''' = 3$$

(1)
$$y = 0$$
$$x^3 + 3x^2 = 0$$
$$x^2(x+3) = 0$$
$$x_1 = 0,\ x_2 = -3$$
$$\underline{N_1(0,\ 0)},\ \underline{N_2(-3,\ 0)}$$

(2)
$$y' = 0$$
$$\tfrac{1}{2}(3x^2 + 6x) = 0$$
$$x^2 + 2x = 0$$
$$x_1 = 0,\ x_2 = -2$$
$$f''(0) = 3 > 0 \quad \Rightarrow \underline{T(0,\ 0)}$$
$$f''(-2) = -3 < 0 \quad \Rightarrow \underline{H(-2,\ 2)}$$

(3)
$$y'' = 0$$
$$3x + 3 = 0$$
$$x = -1$$
$$\underline{W(-1,\ 1)}$$
$$k = f'(-1) = -\tfrac{3}{2}$$
$$y_w = kx_w + d$$
$$1 = -\tfrac{3}{2}(-1) + d \Rightarrow d = -\tfrac{1}{2}$$
$$t\colon y = -\tfrac{3}{2}x - \tfrac{1}{2}$$

(4) $x = 1,\ y = 2 \ \Rightarrow\ P(1,\ 2)$

c) (1) $N_1(0,\ 0)$, $N_2(-6,\ 0)$ (2) $T(0,\ 0)$, $H(-4,\ 5{,}33)$

(3) $W(-2,\ 2{,}67)$, t: $y = -2x - \frac{4}{3}$

411. a) (1) $N_1(0,\ 0)$, $N_2(2,\ 0)$ $N_3(-2,\ 0)$ (2) $T(0,\ 0)$, $H_1(\sqrt{2},\ 2)$, $H_2(-\sqrt{2},\ 2)$

(3) $W_1\left(0{,}82,\ \frac{10}{9}\right)$, $W_2\left(-0{,}82,\ \frac{10}{9}\right.$, t_1: $y = 2{,}18x - 0{,}67$, t_2: $\left.y = -2{,}18x - 0{,}67\right)$

b) (1) $N_1(0,\ 0)$, $N_2(\sqrt{6},\ 0)$ $N_3(-\sqrt{6},\ 0)$

(2) $T_1\left(\sqrt{3}, -\frac{9}{4}\right)$, $T_2\left(-\sqrt{3}, -\frac{9}{4}\right)$, $H(0,\ 0)$

(3) $W_1\left(1, -\frac{5}{4}\right)$, $W_2\left(-1, -\frac{5}{4}\right)$, t_1: $y = -2x + \frac{3}{4}$, t_2: $y = 2x + \frac{3}{4}$

c) (1) $N_1(0,\ 0)$, $N_2(2\sqrt{6},\ 0)$, $N_3(-2\sqrt{6},\ 0)$

(2) $T_1(2\sqrt{3},\ -6)$, $T_2(-2\sqrt{3},\ -6)$, $H(0,\ 0)$

(3) $W_1\left(2,\ -\frac{10}{3}\right)$, $W_2\left(-2,\ -\frac{10}{3}\right)$, t_1: $y = -\frac{8}{3}x + 2$, t_2: $y = \frac{8}{3}x + 2$

412. a) (1) $N_1(0,\ 0), N_2(5,\ 0), N_3(-3,\ 0)$ (2) $T(3, -7{,}2)$, $H\left(-\frac{5}{3}, \frac{80}{27}\right)$

(3) $W\left(\frac{2}{3}, -\frac{286}{135}\right)$, t: $y = -\frac{49}{15}x + \frac{8}{135}$

b) (1) $N(0,\ 0)$ (2) keine Extrema

(3) $W(-0{,}5,\ -0{,}13)$, t: $y = 0{,}22x - 0{,}02$

c) (1) $N(0,\ 0)$ (2) keine Extrema

(3) $W\left(\frac{4}{3},\ 0{,}086\right)$, t: $y = 0{,}007x + 0{,}076$

413. a) (1) $N_1(4,\ 0)$, $N_2(-4,\ 0)$, $N_3(2\sqrt{2},\ 0)$, $N_4(-2\sqrt{2},\ 0)$

(2) $T_1\left(2\sqrt{3},\ -\frac{2}{3}\right)$, $T_2\left(-2\sqrt{3},\ -\frac{2}{3}\right)$, $H\left(0,\ \frac{16}{3}\right)$

(3) $W_1(2,\ 2)$, $W_2(-2,\ 2)$, t_1: $y = -\frac{8}{3}x + \frac{22}{3}$, t_2: $y = \frac{8}{3}x + \frac{22}{3}$

b) (1) $N(0, 0)$ (2) $T(0, 0)$

(3) $W_1(2,\ 2)$, $W_2\left(1, \frac{7}{8}\right)$, t_1: $y = x$, t_2: $y = \frac{5}{4}x - \frac{3}{8}$

c) (1) $N_1(\sqrt{3},\ 0)$, $N_2(-\sqrt{3},\ 0)$

(2) $T_1(\sqrt{3},\ 0)$, $T_2(-\sqrt{3},\ 0)$, $H\left(0, \frac{9}{2}\right)$

(3) $W_1(1,\ 2)$, $W_2(-1,\ 2)$, t_1: $y = -4x + 6$, t_2: $y = 4x + 6$

414. a) (1) $N_1(3,\ 0)$, $N_2(-3,\ 0)$ (2) $T(3,\ 0)$, $H(-1,\ 8)$

(3) $W(1,\ 4)$, t: $y = -3x + 7$

b) $y = \frac{1}{5}(x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 9)$

$y' = \frac{1}{5}(3x^2 + 3x - 6)$

$y'' = \frac{1}{5}(6x + 3)$

$y''' = \frac{1}{5} \cdot 6 = 1{,}2$

(1) $y = 0 \Rightarrow \frac{1}{5}(x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 9) = 0 \qquad | \cdot 10$

$$2x^3 + 3x^2 - 12x - 18 = 0$$

$$x^2(2x + 3) - 6(2x + 3) = 0$$

$$(2x + 3)(x^2 - 6) = 0$$

$$x_1 = -\frac{3}{2},\ x_2 = \sqrt{6},\ x_3 = -\sqrt{6}$$

$\underline{N_1\left(-\frac{3}{2},\ 0\right)}$, $\underline{N_2(\sqrt{6},\ 0)}$ $\underline{N_3(-\sqrt{6},\ 0)}$

(2) $y' = 0 \Rightarrow \frac{1}{5}(3x^2 + 3x - 6) = 0 \qquad | \cdot \frac{5}{3}$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x_1 = 1,\ y = -2{,}5$$

$$f''(1) = \frac{9}{5} > 0 \Rightarrow \underline{T(1, -2{,}5)}$$

$$x_2 = -2,\ y = 0,2$$

$$f''(-2) = -\frac{9}{5} < 0 \Rightarrow \underline{H(-2,\ 0{,}2)}$$

(3) $y'' = 0 \Rightarrow \frac{1}{5}(6x + 3) = 0 \qquad | \cdot \frac{5}{3}$

$$2x + 1 = 0$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$\underline{W\left(-\frac{1}{2}, -\frac{23}{20}\right)}$$

$$k = f'(-\tfrac{1}{2}) = -\frac{27}{20} \Rightarrow y_w = kx_w + d$$

$$-\frac{23}{20} = -\frac{27}{20}\left(-\frac{1}{2}\right) + d \Rightarrow d = -\frac{73}{40}$$

$$\underline{t\colon y = -\frac{27}{20}x - \frac{73}{40}}$$

(4) $x = 0,\ y = -\frac{9}{5} \ \Rightarrow\ P\left(0, -\frac{9}{5}\right)$

415. a) (1) $N(-2,\ 0)$ (2) keine Extrema

(3) $W\left(-\frac{2}{3},\ \frac{32}{27}\right)$, t: $y = \frac{8}{15}x + \frac{208}{135}$

b) (1) $N_1(-1,\ 0)$, $N_2(4,\ 0)$, $N_3(-4,\ 0)$ (2) $T(2, -4)$, $H\left(-\frac{8}{3}, \frac{400}{243}\right)$

(3) $W\left(-\frac{1}{3}, -\frac{286}{243}\right)$, t: $y = -\frac{49}{27}x - \frac{433}{243}$

416. a) (1) $N_1(1,\ 0)$, $N_2(4{,}46,\ 0)$, $N_3(-2{,}46,\ 0)$ (2) $T\left(3, -\frac{16}{5}\right)$, $H\left(-1, \frac{16}{5}\right)$

(3) $W(1,\ 0)$, t: $y = -\frac{12}{5}(x - 1)$

b) (1) $N(0{,}279,\ 0)$ (2) $T\left(-1, -\frac{7}{3}\right)$, $H(-3, -1)$

(3) $W\left(-2, -\frac{5}{3}\right)$, t: $y = -x - \frac{11}{3}$

417. a) (1) $N_1(1,\ 0)$, $N_2\left(-\frac{1}{3},\ 0\right)$, $N_3(-3,\ 0)$ (2) $T(0{,}398,\ -0{,}561)$, $H(-1{,}954,\ 1{,}878)$

(3) $W\left(-\frac{7}{9}, \frac{160}{243}\right)$, t: $y = -\frac{14}{9}x - \frac{134}{243}$

b) (1) $N_1(2,\ 0)$, $N_2(-4,\ 0)$, $N_3\left(\frac{1}{2},\ 0\right)$, $N_4\left(-\frac{1}{4},\ 0\right)$

(2) $T_1(-2{,}87, -19{,}44)$, $T_2(1{,}45, -1{,}94)$, $H(0{,}105,\ 0{,}44)$

(3) $W_1(0{,}84, -0{,}83)$, $W_2(-1{,}71, -11{,}01)$, t_1: $y = 2{,}67x - 3{,}07$, t_2: $y = 10{,}64x + 7{,}23$

418. a) (1) Umfassendste Definitionsmenge, Unstetigkeitsstellen, Lücken, Pole

(2) Symmetrieeigenschaften

(3) Asymptoten, Grenzwerte

(4) Nullstellen

(5) Extrempunkte

(6) Monotonie, Krümmungsverhalten

(7) Wendepunkte, Wendetangenten

(8) Wertetabelle für f, Zeichnung des Graphen von f

b) In den Fällen (5), (6) und (7) sind Kenntnisse der Differenzialrechnung notwendig.

In anderen Fällen kommt man ohne Differenzialrechnung aus.

419. a) (1) $D = \mathbb{R}\setminus\{0\}$ (2) Polstelle: $x = 0$ (3) $x = 0,\ y = x^2$

(4) $N(-2,\ 0)$ (5) $T(\sqrt[3]{4},\ 7{,}56)$ (6) $W(-2,\ 0)$, t: $y = -6x - 12$

b) (1) $D = \mathbb{R}\setminus\{0\}$ (2) Polstelle: $x = 0$ (3) $x = 0,\ y = -x^2$

(4) $N(3,\ 0)$ (5) $H\left(-\frac{3}{\sqrt[3]{2}}, -\frac{27\sqrt[3]{2}}{2}\right)$ (6) $W(3,\ 0)$, t: $y = -9x + 27$

c) (1) $D = \mathbb{R}\setminus\{0\}$ (2) Polstelle: $x = 0$ (3) $x = 0,\ y = x^2$

(4) $N(1,\ 0)$ (5) $T\left(-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}, -\frac{3\sqrt[3]{2}}{2}\right)$ (6) $W(1,\ 0)$, t: $y = 3x - 3$

420. a) (1) $D = \mathbb{R}\setminus\{1\}$ (2) Polstelle: $x = 1$

(3) $x = 1,\ y = x + 1$ (4) keine Nullstelle

(5) $T(3{,}24,\ 6{,}42)$, $H(-1{,}24,\ -2{,}47)$ (6) kein Wendepunkt, keine Wendetangente

b) (1) $D = \mathbb{R}\setminus\{-4\}$ (2) Polstelle: $x = -4$

(3) $x = -4,\ y = x - 4$ (4) keine Nullstelle

(5) $T(0{,}69,\ 1{,}38)$, $H(-8{,}69,\ -17{,}38)$ (6) kein Wendepunkt, keine Wendetangente

c) $y = \frac{x^2-9}{x+3} = \frac{(x+3)(x-3)}{x+3} \Rightarrow \bar{f}(x) = x - 3$

(1) Der Nenner muss ungleich Null sein. $\Rightarrow$ $x + 3$ muss ungleich Null sein. $\Rightarrow$

$\underline{D = \mathbb{R}\setminus\{-3\}}$

(2) Bei $x = -3$ sind Zähler und Nenner gleichzeitig gleich Null. $\Rightarrow$ $\underline{x = -3}$ ist Lücke.

$\Rightarrow$ Die Funktion hat keine Polstelle.

(3) Der Graph der Funktion ist eine Gerade. (Lücke bei $x = -3$) $\Rightarrow$ Die Funktion hat keine Asymptote.

(4) $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow N(3,\ 0)$

$x = -3$ ist keine Nullstelle, da die Funktion an dieser Stelle nicht definiert ist.

(5) $y' = \frac{2x(x+3)-(x^2-9)}{(x+3)^2} = \frac{x^2+6x+9}{(x+3)^2} = \frac{(x+3)^2}{(x+3)^2} = 1 > 0$

Dies lässt sich angesichts der stetigen Ergänzungsfunktion $\bar{f}(x) = x - 3$ bereits vermuten.) $y' = 1 \Rightarrow$ Die Funktion hat keine Extrema.

(6) $y'' = 0 \Rightarrow$ Es gibt keinen Wendepunkt und keine Wendetangente.

(7)

421. a) (1) $D = \mathbb{R}$ (2) keine Unstetigkeitstelle (3) y=1

(4) $N_1(0{,}1,\ 0)$, $N_2(-0{,}1,\ 0)$ (5) $T(0,\ -0{,}1)$

(6) $W_1(0{,}18,\ 0{,}175)$, $W_2(-0{,}18,\ 0{,}175)$, t_1: $y = 2{,}26x - 0{,}23$, t_2: $y = -2{,}26x - 0{,}23$

b) $y = \frac{x^2-4}{x^2-1}$

(1) $x^2 - 1$ muss ungleich Null sein, d. h. x^2 ungleich 1. $\Rightarrow D = \mathbb{R}\backslash\{1, -1\}$

(2) $x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$ sind Polstellen, da nur der Nenner gleich Null wird.

(3) $y = \frac{x^2-1-3}{x^2-1} = \frac{x^2-1}{x^2-1} - \frac{3}{x^2-1} = 1 - \frac{3}{x^2-1}$

$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

$\Rightarrow y = 1, x = \pm 1$ sind Asymptoten.

Bemerkung: Polstellen sind senkrechte Asymptoten.

(4) $y = 0 \Rightarrow \frac{x^2-4}{x^2-1} = 0 \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \Rightarrow N_1(2,\ 0), N_2(-2,\ 0)$

(5) $y' = \frac{2x(x^2-1)-2x(x^2-4)}{(x^2-1)^2} = \frac{6x}{(x^2-1)^2}$

$y' = 0 \Rightarrow 6x = 0 \Rightarrow x = 0, y = 4$

$y'' = 0\frac{6(x^2-1)^2-6x\cdot 2\cdot 2x(x-1)}{(x^2-1)^4} = -\frac{6(3x^2+1)}{(x^2-1)^3}$

$y''(0) = 6 > 0 \Rightarrow \underline{T(0,\ 4)}$

(6) $y'' = 0 \Rightarrow \quad 3x^2 + 1 = 0 \Rightarrow$ Es gibt keine Lösung, da $3x^2 + 1 > 0$ ist. $\Rightarrow$ Es existiert kein Wendepunkt und keine Wendetangente.

(7)

x	1,5	0,5	−0,5	−1,5
y	−1,4	5	5	−1,4

c) (1) $D = \mathbb{R}\backslash\{\sqrt{5}, -\sqrt{5}\}$ (2) Polstellen: $x = \pm\sqrt{5}$

(3) $x = \pm\sqrt{5}, y = -\frac{3}{2}$ (4) keine Nullstelle

(5) T(0, 0,1) (6) kein Wendepunkt, keine Wendetangente

422. a) (1) $D = \mathbb{R}$ (2) keine Unstetigkeitsstelle

(3) $y = 0$ (4) N(0, 0)

(5) T(−1, −4), H(1, 4)

(6) $W_1(0,\ 0)$, $W_2(\sqrt{3},\ 2\sqrt{3})$, $W_3(-\sqrt{3},\ -2\sqrt{3})$, t_1: $y = 8x$, t_2: $y = -x + 3\sqrt{3}$

t_3: $y = -x - 3\sqrt{3}$

b) (1) $D = \mathbb{R}$ (2) keine Unstetigkeitsstelle

(3) $y = 0$ (4) N(0, 0)

(5) H(2, 7,5), T(−2, −7,5)

(6) $W_1(0,\ 0)$, $W_2\left(2\sqrt{3},\ \frac{15\sqrt{3}}{4}\right)$, $W_3\left(-2\sqrt{3}, -\frac{15\sqrt{3}}{4}\right)$

t_1: $y = \frac{15}{2}x$, t_2: $y = -\frac{15}{16}x + \frac{45\sqrt{3}}{8}$, t_3: $y = -\frac{15}{16}x - \frac{45\sqrt{3}}{8}$

c) (1) $D = \mathbb{R}$ (2) keine Unstetigkeitsstelle

(3) $y = 0$ (4) N(0, 0)

(5) $H(2\sqrt{3},\ 4\sqrt{3})$, $T(-2\sqrt{3},\ -4\sqrt{3})$

(6) $W_1(0,\ 0)$, $W_2(6,\ 6)$, $W_3(-6,\ -6)$

t_1: $y = 4x$, t_2: $y = -0{,}5x + 9$, t_3: $y = -0{,}5x - 9$

423. a) (1) $D = \mathbb{R}\backslash\{1, -1\}$ (2) Polstellen: $x = \pm 1$

(3) $x = \pm 1, \quad y = x$ (4) $N(0, 0)$

(5) $T\left(\sqrt{3}, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right), \quad H\left(-\sqrt{3}, -\frac{3\sqrt{3}}{2}\right), \quad S(0, 0)$

(6) $S(0, \ 0), t\colon y = 0$

b) (1) $D = \mathbb{R}\backslash\{0\}$ (2) Polstelle: $x = 0$

(3) $x = 0, \ y = x$ (4) keine Nullstelle

(5) $T(1, 2), \quad H(-1, -2)$

(6) kein Wendepunkt, keine Wendetangente

c) (1) $D = \mathbb{R}\backslash\{0\}$ (2) Polstelle: $x = 0$

(3) $x = 0, \quad y = \frac{x^2}{2}$ (4) $N_1(1, \ 0), N_2(-1, \ 0)$

(5) keine Extrema

(6) $W_1\left(\sqrt[4]{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right), W_2\left(-\sqrt[4]{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right), \quad t_1\colon y = \frac{4\sqrt[4]{3}}{3}x - \frac{\sqrt[3]{3}}{3}, \quad t_2\colon y = -\frac{4\sqrt[4]{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3}$

424. a) $y = \frac{2(3-x^2)}{x^2-4}$

(1) $x^2 - 4$ muss ungleich Null sein, d. h. $x^2 \neq 4$. $\Rightarrow D = \mathbb{R}\backslash\{2, -2\}$

(2) $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \underline{x = \pm 2}$ sind Polstellen, da nur Nenner gleich Null wird.

(3) Der Grad des Zählerpolynoms ist gleich dem Grad des Nennerpolynoms.

$\Rightarrow \underline{y = -2}$ ist Asymptote, weitere Asymptoten: $\underline{x = \pm 2}$.

(4) $y = \frac{2(3-x^2)}{x^2-4} = 0 \Rightarrow 3 - x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3} \Rightarrow \underline{N_1(\sqrt{3}, \ 0), N_2(-\sqrt{3}, \ 0)}$

(5) $y' = 2 \cdot \frac{-2x(x^2-4)-2x(3-x^2)}{(x^2-4)^2} = \frac{4x}{(x^2-4)^2}$

$y' = 0 \Rightarrow x = 0, y = -\frac{3}{2}$

$y'' = \frac{4(x^2-4)^2-2\cdot 2x(x^2-4)\cdot 4x}{(x^2-4)^4} = -\frac{4(3x^2+4)}{(x^2-4)^3}$

$y''(0) = \frac{1}{4} > 0 \Rightarrow \underline{T\left(0, -\frac{3}{2}\right)}$

(6) $y'' = 0 \Rightarrow 3x^2 + 4 = 0 \Rightarrow$ Es gibt keine Lösung, da $3x^2 + 4 > 0$ ist. $\Rightarrow$

Es gibt <u>keine</u> Wendepunkte und Wendetangente.

(7)

x	−4	−3	3	4
y	−2,17	−2,4	−2,4	−2,17

b) (1) $D = \mathbb{R}\backslash\{-1\}$ (2) Polstelle: $x = -1$

(3) $x = -1, \; y = 3$ (4) $N_1(0, \; 0), \; N_2(2, \; 0)$

(5) $T\left(\frac{1}{2}, -1\right)$

(6) $W\left(\frac{5}{4}, -\frac{5}{9}\right)$, t: $y = \frac{1}{81}(64x - 125)$

c) (1) $D = \mathbb{R}\backslash\{3, -3\}$ (2) Polstellen: $x = \pm 3$

(3) $x = \pm 3, \; y = x - 2$ (4) $N_1(5, \; 0), \; N_2(-1, \; 0), \; N_3(-2, \; 0)$

(5) $T(-1{,}5777, \; -0{,}2465), \; H(-4{,}545, \; -7{,}3874)$

(6) $W(-19{,}7969, -21{,}6632)$, t: $y = 1{,}0033762x - 1{,}7995$

425. a) $y = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$

(1) $x^2 - 5x + 6$ darf nicht negativ sein.

$x^2 - 5x + 6 \geqslant 0$

$(x-3)(x-2) \geqslant 0 \Rightarrow x \geqslant 3$ oder $x \leqslant 2 \Rightarrow \underline{D = \mathbb{R}\backslash\{x \in \mathbb{R} \,|\, 2 < x < 3\}}$

(2) $x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow (x-3)(x-2) = 0 \Rightarrow x_1 = 3, x^2 = 2 \Rightarrow \underline{N_1(3, \; 0), \; N_2(2, \; 0)}$

(3) Es gibt <u>keine</u> Asymptote.

(4) $y = (x^2 - 5x + 6)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow y' = \frac{1}{2}(2x-5)(x^2 - 5x + 6)^{-\frac{1}{2}} = \frac{2x-5}{2\sqrt{x^2-5x+6}}$

$y' = 0 \Rightarrow 2x - 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$

Es gibt <u>keine Extrema</u> da, $x = \frac{5}{2}$ nicht zur Definitionsmenge gehört.

(5) $y'' = \frac{1}{2}\left[2(x^2 - 5x + 6)^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}(2x-5)^2(x^2 - 5x + 6)^{-\frac{3}{2}}\right] = \frac{1}{4(x^2-5x+6)\sqrt{x^2-5x+6}}$

$y'' > 1 \Rightarrow$ Es gibt <u>keinen</u> Wendepunkt und <u>keine</u> Wendetangente.

(6)

x	5	4	1	0
y	$\sqrt{6}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{6}$

Bemerkung: $f'(3) = f'(2) = \infty \Rightarrow x = 3$, $x = 2$ sind die Tangenten der Kurve an den Stellen $x = 3, x = 2$.

b) (1) $D = \mathbb{R}\backslash\{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 4\}$ (2) $N_1(2,\ 0)$, $N_2(4,\ 0)$

(3) keine Asymptote (4) keine Extrema

(5) kein Wendepunkt, keine Wendetangente

c) (1) $D = \mathbb{R}\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{3} < x < 1\}$ (2) $N_1(1,\ 0)$, $N_2(\frac{1}{3},\ 0)$

(3) keine Asymptote (4) keine Extrema

(5) kein Wendepunkt, keine Wendetangente

426. a) (1) $D = \mathbb{R}\backslash\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leqslant x < 0 \vee x \geqslant 1\}$ (2) $N(0,\ 0)$

(3) $x = \pm 1$, $y = 0$ (4) keine Extrema

(5) $W(0{,}3015,\ 0{,}576)$, t: $y = 1{,}146x + 0{,}23$

b) (1) $D = \mathbb{R}\backslash\{0\}$ (2) keine Nullstelle

(3) $x = 0$, $y = \sqrt[3]{x}$ (4) $T(1, \sqrt[3]{2})$, $H(-1, -\sqrt[3]{2})$

(5) $W_1(2{,}32,\ 1{,}4)$, $W_2(-2{,}32,\ -1{,}4)$, t_1: $y = 0{,}138x + 1{,}08$, t_2: $y = 0{,}138x - 1{,}08$

c) (1) $D = \mathbb{R}$ (2) $N_1(1,\ 0)$, $N_2(-1,\ 0)$

(3) $y = -\sqrt{x^2 + 1}$ (4) $H(0,\ 1)$

(5) $W_1(1,\ 0)$, $W_2(-1,\ 0)$, t_1: $y = -\sqrt{2}(x - 1)$, t_2: $y = \sqrt{2}(x + 1)$

427. a) (1) $D = \mathbb{R}\backslash\{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant -1 \vee 0 \leqslant x \leqslant 4\}$ (2) $N(0,\ 0)$

(3) $x = 4, x = -1, y = \sqrt{x + 3}$ (4) $T(7{,}58,\ 3{,}765)$

(5) $W(14{,}73,\ 4{,}35)$, t: $y = 0{,}2041x + 1{,}344$

b) (1) $D = \mathbb{R}\backslash\{1\}$ (2) $N(0,\ 0)$

(3) $x = 1$, $y = \frac{1}{\sqrt[3]{6}}$ (4) keine Extrema

(5) $W\left(\frac{1}{6},\ 0{,}188\right)$, t: $y = 0{,}9034x + 0{,}0374$

c) $y = \sqrt[4]{\frac{x(x^2-5)}{x^2-x-2}}$

(1) $\frac{x(x^2-5)}{x^2-x-2} = \frac{x(x^2-5)}{(x-2)(x+1)} \geqslant 0$

1. Fall: $\underline{x(x^2-5) \geqslant 0}$ und $\underline{(x-2)(x+1) \geqslant 0}$

1.1 $x \geqslant 0$ und $x^2 - 5 \geqslant 0$

$x^2 \geqslant 5 \Rightarrow x \geqslant \sqrt{5}$ oder $x \leqslant -\sqrt{5}$

$\underline{x \geqslant \sqrt{5}}$ ist gemeinsame Lösung.

1.2 $x \leqslant 0$ und $x^2 - 5 \leqslant 0$

$x^2 \leqslant 5 \Rightarrow -\sqrt{5} \leqslant x \leqslant \sqrt{5}$

$\underline{-\sqrt{5} \leqslant x \leqslant 0}$ ist gemeinsame Lösung.

1.3 $x - 2 > 0$ und $x + 1 > 0$

$x > 2$ $\qquad x > -1$

$\underline{x > 2}$ ist gemeinsame Lösung.

1.4 $x - 2 < 0$ und $x + 1 < 0$

$x < 2$ $\qquad x < -1$

$\underline{x < -1}$ ist gemeinsame Lösung.

2. Fall: $\underline{x(x^2-5) \leqslant 0}$ und $\underline{(x-2)(x+1) < 0}$

2.1 $x \geqslant 0$ und $x^2 - 5 \leqslant 0$

$x^2 \leqslant 5 \Rightarrow -\sqrt{5} \leqslant x \leqslant \sqrt{5}$

$\underline{0 \leqslant x \leqslant \sqrt{5}}$ ist gemeinsame Lösung.

2.2 $x \leqslant 0$ und $x^2 - 5 \geqslant 0$

$x^2 \geqslant 5 \Rightarrow x \geqslant \sqrt{5}$ oder $x \leqslant -\sqrt{5}$

$\underline{x \leqslant -\sqrt{5}}$ ist gemeinsame Lösung.

2.3 $x - 2 > 0$ und $x + 1 < 0$

$x > 2$ $\qquad x < -1$

Es gibt keine gemeinsame Lösung.

2.4 $x - 2 < 0$ und $x + 1 > 0$

$x < 2 \qquad x > -1$

$\underline{-1 < x < 2}$ ist gemeinsame Lösung.

$D = D_1 \cup D_2$

$D_1 = (D_{11} \cup D_{12}) \cap (D_{13} \cup D_{14})$

$D_2 = (D_{21} \cup D_{22}) \cap (D_{23} \cup D_{24})$

$D_{11} \cup D_{12} = \{x \in \mathbb{R} \,|\, x \geqslant \sqrt{5} \ \vee \ -\sqrt{5} \leqslant x \leqslant 0\}$

$D_{13} \cup D_{14} = \{x \in \mathbb{R} \,|\, x < -1 \ \vee \ x > 2\}$

$\underline{D_1 = \{x \in \mathbb{R} \,|\, -\sqrt{5} \leqslant x < -1 \ \vee \ x \geqslant \sqrt{5}\}}$

$D_{21} \cup D_{22} = \{x \in \mathbb{R} \,|\, 0 \leqslant x \leqslant \sqrt{5} \ \vee \ x \geqslant \sqrt{5}\}$

$D_{23} \cup D_{24} = \{x \in \mathbb{R} \,|\, -1 < x < 2\}$

$\underline{D_2 = \{x \in \mathbb{R} \,|\, 0 \leqslant x < 2\}}$

$\underline{D = D_1 \cup D_2 = \{x \in \mathbb{R} \,|\, -\sqrt{5} \leqslant x < -1 \ \vee \ 0 \leqslant x < 2 \ \vee \ x \geqslant \sqrt{5}\}}$

(2) $y = 0 \Rightarrow x(x^2 - 5) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = \sqrt{5}, x_3 = -\sqrt{5} \Rightarrow$

$\underline{N_1(0,\ 0)},\ \underline{N_2(\sqrt{5},\ 0)},\ \underline{N_3(-\sqrt{5},\ 0)}$

(3) $(x^3 - 5x) : (x^2 - x - 2) = x + 1$

$\underline{-(x^3 - x^2 - 2x)}$

$x^2 - 3x$

$\underline{-(x^2 - x - 2)}$

$-2x + 2$

$\underline{y = \sqrt[4]{x + 1}}$ ist Kurvenasymptote.

$x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 2,\ \ x = -1$ sind senkrechte Asymptoten.

(4) $y = \left(\frac{x(x^2-5)}{x^2-x-2}\right)^{\frac{1}{4}}$

$$y' = \frac{1}{4}\left(\frac{(3x^2-5)(x^2-x-2)-(2x-1)(x^3-5x)}{(x^2-x-2)^2}\right)\left(\frac{x(x^2-5)}{x^2-x-2}\right)^{-\frac{3}{4}} = \dots =$$

$$= \frac{1}{4}\left(\frac{x^4-2x^3-x^2+10}{(x^2-x-2)^2}\right)\left(\frac{x(x^2-5)}{x^2-x-2}\right)^{-\frac{3}{4}}$$

$y' = 0 \Rightarrow x^4 - 2x^3 - x^2 + 10 = 0$

Wie man aus nebenstehender Figur erkennt, hat die Funktion $x^4 - 3x^3 - x^2 + 10$ keine Nullstelle. $\Rightarrow$ Es gibt keine Extrema.

(5) $y'' = \frac{1}{4}\left(\frac{(4x^3-6x^2-2x)(x^2-x-2)^2-2(2x-1)(x^2-x-2)(x^4-2x^3-x^2+10)}{(x^2-x-2)^4}\right)\cdot\left(\frac{x(x^2-5)}{x^2-x-2}\right) -$

$-\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{4}\left(\frac{x^4-2x^3-x^2+10}{(x^2-x-2)^2}\right)^2\left(\frac{x(x^2-5)}{x^2-x-2}\right) = \cdots =$

$= \frac{1}{(x^2-x-2)^3}\left(\frac{x(x^2-5)}{x^2-x-2}\right)^{-\frac{3}{4}}\cdot\left(\frac{-3x^8+12x^7-22x^6+36x^5-127x^4-40x^3+780x^2-400x-300}{16x(x^2-5)}\right)$

$y'' = 0 \Rightarrow -3x^8+12x^7-22x^6+36x^5-127x^4-40x^3+780x^2-400x-300 = 0$

Mit Hilfe des NEWTONschen Näherungsverfahrens erhält man

$x_1 = -1{,}705,\ x_2 = 1{,}01 \Rightarrow \underline{W_1(-1{,}705,\ 1{,}08)},\ \underline{W_2(1{,}01,\ 1{,}192)},$

$k = f'(-1{,}705) = 0{,}882$

$t_1\colon y_{w_1} = kx_{w_1} + d \Rightarrow 1{,}08 = 0{,}882\cdot(-1{,}705) + d \Rightarrow d = 2{,}584$

$\underline{t_1\colon y = 0{,}882x + 2{,}584}$

$k = f'(1{,}01) = 0{,}258$

$t_2\colon y_{w_2} = kx_{w_2} + d \Rightarrow 1{,}192 = 0{,}258\cdot(1{,}01)+d \Rightarrow d = 0{,}931$

$\underline{t_2\colon y = 0{,}258x + 0{,}931}$

(6)

x	–1,2	–2,2	1,5	4
y	1,61	0,51	1,35	1,45

428. a) (1) $D = \mathbb{R}$ (2) $N(0,\ 0)$

(3) $E(0,\ 0)$ (4) kein Wendepunkt, keine Wendetangente

b) $y^2 = x^2(x-1) \Rightarrow y = \pm x\sqrt{x-1} \Rightarrow y_1 = x\sqrt{x-1},\ y_2 = -x\sqrt{x-1}$

$y_1 = -y_2 \Rightarrow$ x-Achse ist Symmetrieachse.

Da die x-Achse die Symmetrieachse ist, genügt es nur y_1(bzw. y_2) zu untersuchen.

(1) x–1 darf nicht negativ sein. $x-1 \geqslant 0 \Rightarrow x \geqslant 1$

$\underline{D = \{x \in \mathbb{R}\,|\,x \geqslant 1\}}$

(2) $y_1 = 0 \Rightarrow x\sqrt{x-1} = 0 \Rightarrow x = 0,\ x = 1$

$x = 0$ ist ungültig, da $x \geqslant 1$ sein muss, Die einzige Nullstelle ist $\underline{N(1,\ 0)}$.

(3) $y_1 = x(x-1)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow y_1' = (x-1)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}x(x-1)^{-\frac{1}{2}}$

$y_1' = 0 \Rightarrow (x-1)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}x(x-1)^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{x-1} + \frac{x}{2\sqrt{x-1}} = \frac{2(x-1)+x}{2\sqrt{x-1}} = 0$

$\Rightarrow 2(x-1) + x = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$ ist ungültig.

Es gibt keine Extrema.

(4) $y_1'' = \frac{1}{2}(x-1)^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}(x-1)^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}x(x-1)^{-\frac{3}{2}} = (x-1)^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{4}x(x-1)^{-\frac{3}{2}} =$

$= \frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{x}{4(x-1)\sqrt{x-1}} = \frac{1}{\sqrt{x-1}}\left(1 - \frac{x}{4(x-1)}\right)$

$y_1'' = 0 \Rightarrow 1 - \frac{x}{4(x-1)} = 0 \Rightarrow 4(x-1) = x \Rightarrow x = \frac{4}{3}$

$x = \frac{4}{3},\ y_1 = \frac{4}{3\sqrt{3}} \Rightarrow W_1\left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3\sqrt{3}}\right)$

Da die x-Achse Symmetrieachse ist, gilt: $x = \frac{4}{3},\ y_2 = -\frac{4}{3\sqrt{3}} \Rightarrow W_2\left(\frac{4}{3}, -\frac{4}{3\sqrt{3}}\right)$

$k = f'(\frac{4}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$

$t_1\colon y_{w_1} = kx_{w_1} + d \Rightarrow \frac{4}{3\sqrt{3}} = \sqrt{3}\cdot\frac{4}{3} + d \Rightarrow d = -\frac{8\sqrt{3}}{9} \Rightarrow t_1\colon y = \sqrt{3}x - \frac{8\sqrt{3}}{9}$

Da die x-Achse Symmetrieachse ist, gilt $t_2\colon y = -\sqrt{3}x + \frac{8}{9\sqrt{3}}$.

(5)

x	3	2
y	$3\sqrt{2}$ bzw. $-3\sqrt{2}$	2 bzw. -2

c) (1) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 3\}$ (2) $N_1(0,\ 0),\quad N_2(-3,\ 0),\quad N_3(3,\ 0)$

(3) $T_1\left(\frac{3}{\sqrt{2}}, -\frac{9}{2}\right),\ T_2\left(-\frac{3}{\sqrt{2}}, -\frac{9}{2}\right),\ H_1\left(\frac{3}{\sqrt{2}}, \frac{9}{2}\right),\ H_2\left(-\frac{3}{\sqrt{2}}, \frac{9}{2}\right)$

(4) $W(0,\ 0),\ t_1\colon y = 3x,\ t_2\colon y = -3x$

429. a) $4y^2 = 9x^2 + x^3 \Rightarrow 4y^2 = x^2(9+x) \Rightarrow y^2 = \frac{x^2}{4}(9+x) \Rightarrow$

$\Rightarrow y = \pm\frac{x}{2}\sqrt{9+x} \Rightarrow y_1 = \frac{x}{2}\sqrt{9+x},\ \ y_2 = -\frac{x}{2}\sqrt{9+x}$

$y_1 = -y_2 \Rightarrow$ x-Achse ist Symmetrieachse.

Da die x-Achse die Symmetrieachse ist, genügt es nur y_1(bzw. y_2) zu untersuchen.

(1) $9+x$ darf nicht negativ sein. $9 + x \geqslant 0 \Rightarrow x \geqslant -9$

$\underline{D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geqslant -9\}}$

(2) $y_1 = 0 \Rightarrow \frac{x}{2}\sqrt{9+x} = 0 \Rightarrow x_1 = 0,\ \ x_2 = -9 \Rightarrow \underline{N_1(0,\ 0)},\ \underline{N_2(-9,\ 0)}$

(3) $y_1' = \frac{1}{2}(9+x)^{\frac{1}{2}} + \frac{x}{4}(9+x)^{-\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{9+x}}{2} + \frac{x}{4\sqrt{9+x}} = \frac{2(9+x)+x}{4\sqrt{9+x}} = \frac{3(x+6)}{4\sqrt{9+x}}$

$y_1' = 0 \Rightarrow x + 6 = 0 \Rightarrow x = -6,\ \ y_1 = -3\sqrt{3}$

$y_1'' = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}(9+x)^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{4}(9+x)^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}\cdot\frac{x}{4}(9+x)^{-\frac{3}{2}} = \frac{3(12+x)}{8(9+x)\sqrt{9+x}}$

$y_1''(-6) = \frac{3}{4\sqrt{3}} > 0 \Rightarrow \underline{T(-6,\ \ -3\sqrt{3})}$

Da die x-Achse Symmetrieachse ist, gilt $\underline{H(-6,\ \ 3\sqrt{3})}$.

(4) $y_1'' = 0 \Rightarrow 12 + x = 0 \Rightarrow x = -12$

$x = -12$ gehört nicht zur Definitionsmenge.

Es existiert <u>kein Wendepunkt</u> und <u>keine Wendetangente</u>.

(5)

x	2	3
y	3,32 bzw. –3,32	5,2 bzw. –5,2

b) (1) $D = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \geqslant \frac{9}{4}\right\}$ (2) $N\left(\frac{9}{4},\ 0\right)$

(3) keine Extrema (4) $W_1(3,\ 3), W_2(3,\ \ -3), t_1\colon y = 3x - 6,$ $t_2\colon y = -3x + 6$

c) (1) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geqslant 0\}$ (2) $N(0,\ 0)$

(3) keine Extrema (4) kein Wendepunkt, keine Wendetangente

430. a) (1) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geqslant -3\}$ (2) $N(-3,\ 0)$

(3) $E(-3,\ 0)$ (4) kein Wendepunkt, keine Wendetangente

b) (1) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geqslant 1, x < -1\}$ (2) $N(1,\ 0)$

(3) keine Extrema (4) kein Wendepunkt, keine Wendetangente

c) $y^2 = x^2 \frac{x-1}{x+1} \quad \Rightarrow \quad y = \pm x\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} \quad \Rightarrow \quad y_1 = x\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}, \;\; y_2 = -x\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$

$y_1 = -y_2 \quad \Rightarrow$ x-Achse ist Symmetrieachse.

Da die x-Achse die Symmetrieachse ist, genügt es nur y_1 (bzw. y_2) zu untersuchen.

(1) $\frac{x-1}{x+1} \geqslant 0$

1. Fall: $x - 1 \geqslant 0 \quad$ und $\quad x + 1 > 0$

$x \geqslant 1 \qquad x > -1$

$\underline{x \geqslant 1}$ ist gemeinsame Lösung.

2. Fall: $x - 1 \leqslant 0 \quad$ und $\quad x + 1 < 0$

$x \leqslant 1 \qquad x < -1$

$\underline{x < -1}$ ist gemeinsame Lösung.

$D = D_1 \cup D_2 \Rightarrow \underline{D = \mathbb{R}\backslash\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \geqslant x < 1\}}$

(2) $y_1 = 0 \Rightarrow x_1 = 0, \;\; x_2 = 1$

$x_1 = 0$ gehört <u>nicht</u> zur Definitionsmenge. $\Rightarrow \; \underline{N(1, \;\; 0)}$

(3) $y_1 = x\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{\frac{1}{2}}$

$y_1' = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{x}{2}\left(\frac{x+1-x+1}{(x+1)^2}\right)\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{-\frac{1}{2}} = \cdots = \frac{x^2+x-1}{(x+1)\sqrt{x^2-1}}$

$y_1' = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = -1{,}62, \;\; x_2 = 0{,}62$

$x_2 = 0{,}62$ gehört <u>nicht</u> zur Definitionsmenge.

$$y_1'' = \frac{(2x+1)(x+1)\sqrt{x^2-1} - (x^2+x-1)\left(\sqrt{x^2-1} + \frac{x(x+1)}{\sqrt{x^2-1}}\right)}{(x+1)^2(x^2-1)} = \frac{x^2-x-2}{(x+1)^2(x^2-1)\sqrt{x^2-1}}$$

$y_1''(-1{,}62) = -0,07 < 0 \Rightarrow \underline{H(-1{,}62, -3{,}33)}$

Da die x-Achse Symmetrieachse ist, gilt $\underline{T(-1{,}62, \;\; 3{,}33)}$.

(4) $y_1'' = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 - x - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 2, \;\; x_2 = -1$

$x_1 = -1$ gehört nicht zur Definitionsmenge $\Rightarrow \underline{W_1\left(2, \frac{2}{\sqrt{3}}\right)}$

Da x-Achse Symmetrieachse ist, gilt $\underline{W_2\left(2, -\frac{2}{\sqrt{3}}\right)}$.

$k = f'(2) = \frac{5}{3\sqrt{3}}$

$t_1\colon \; y_{w1} = kx_{w1} + d \quad \Rightarrow \quad \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{5}{3\sqrt{3}} \cdot 2 + d \quad \Rightarrow \quad d = -\frac{4}{3\sqrt{3}}$

$\underline{t_1\colon \; y = \frac{5}{3\sqrt{3}}x - \frac{4}{3\sqrt{3}}}$

Da die x-Achse Symmetrieachse ist, gilt: $\underline{t_2\colon \; y = -\frac{5}{3\sqrt{3}}x + \frac{4}{3\sqrt{3}}}$

(5)

x	-4	3	4
y	$-5{,}16$ bzw. $5{,}16$	$-2{,}12$ bzw. $2{,}12$	$-3{,}1$ bzw. $3{,}1$

431. $y = ax^2 + bx + c$

$y' = 2ax + b$

$P_1(-1,\ 5) \in f \quad \Rightarrow \quad 5 = a(-1)^2 + b(-1) + c$

$(1)\ 5 = a - b + c$

$P_2(1,\ 17) \in f \quad \Rightarrow \quad 17 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c$

$(2)\ 17 = a + b + c$

Die Funktion hat im Punkt $P_1(-1,\ 5)$ eine waagrechte Tangente $\Rightarrow$ $f'(x_1) = 0$

$f'(-1) = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = 2a(-1) + b$

$(3)\ 0 = -2a + b$

$$\left.\begin{array}{lll}(1) & 5 & = a - b + c\\ (2) & 17 & = a + b + c\\ (3) & 0 & = -2a + b\end{array}\right\} \Rightarrow a = 3, b = 6, c = 8 \Rightarrow \underline{y = 3x^2 + 6x + 8}$$

432. $y = x^3 - 5x^2 + 7x - 4$

433. $y = 2x^3 - 5x^2 + 9$

434. $y = x^3 + 2x^2 - 6x + 3$

435. $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$y' = 3ax^2 + 2bx + c$

$y'' = 6ax + 2b$

$P_1(-2, 8) \in f \Rightarrow 8 = a(-2)^3 + b(-2)^2 + c(-2) + d$

$(1)\ 8 = -8a + 4b - 2c + d$

Die Funktion hat im Punkt $P_1(-2,\ 8)$ eine waagrechte Tangente $\Rightarrow f'(x_1) = 0$

$f'(-2) = 0 \Rightarrow 0 = 3a(-2)^2 + 2b(-2) + c$

(2) $0 = 12a - 4b + c$

An der Stelle $x_2 = 3$ beträgt der Anstieg $-15 \Rightarrow f'(x_2) = -15$

$f'(3) = -15 \Rightarrow -15 = 3a \cdot 3^2 + 2b \cdot 3 + c$

(3) $-15 = 27a + 6b + c$

An der Stelle $x_3 = 1$ liegt eine Wendepunkt vor $\Rightarrow f''(x_3) = 0$

$f''(1) = 0 \Rightarrow 0 = 6a \cdot 1 + 2b$

(4) $0 = 6a + 2b$

$$\left.\begin{array}{lrl} (1) & 8 = & -8a + 4b - 2c + d \\ (2) & 0 = & 12a - 4b + c \\ (3) & -15 = & 27a + 6b + c \\ (4) & 0 = & 6a + 2b \end{array}\right\} \Rightarrow a = 1,\; b = -3,\; c = -24,\; d = -20 \Rightarrow \underline{y = x^3 - 3x^2 - 24x - 20}$$

436. $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$

437. $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$

438. $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 4$

439. $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 13$

440. $y = x^3 - 9x^2 + 24x - 10$

441. $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x$

442. $y = \frac{x^3}{9} - \frac{4x}{3} + \frac{11}{9}$

443. $y = \frac{1}{27}(-10x^3 - 15x^2 + 60x + 397)$

444. $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$y' = 3ax^2 + 2bx + c$

$y'' = 6ax + 2b$

$P(3, -19) \in f \Rightarrow -19 = a \cdot 3^3 + b \cdot 3^2 + c \cdot 3 + d$

(1) $-19 = 27a + 9b + 3c + d$

$W(1, -3) \in f \Rightarrow -3 = a \cdot 1^3 + b \cdot 1^2 + c \cdot 1 + d$

(2) $-3 = a + b + c + d$

$P(3, -19)$ ist relativer Extrempunkt $\Rightarrow f'(x_1) = 0$

$f'(3) = 0 \Rightarrow 0 = 3a \cdot 3^2 + 2b \cdot 3 + c$

(3) $0 = 27a + 6b + c$

$W(1, -3)$ ist Wendepunkt $\Rightarrow f''(1) = 0 \Rightarrow 6a \cdot 1 + 2b$

(4) $0 = 6a + 2b$

$$\left.\begin{array}{lrl} (1) & -19 = & 27a + 9b + 3c + d \\ (2) & -3 = & a + b + c + d \\ (3) & 0 = & 27a + 6b + c \\ (4) & 0 = & 6a + 2b \end{array}\right\} \Rightarrow a = 1,\ b = -3,\ c = -9,\ d = 8 \Rightarrow \underline{y = x^3 - 3x^2 - 9x + 8}$$

445. $y = \frac{1}{4}(x^3 + 6x^2 + 8x)$

446. $y = x^3 - 3x^2 + 6x + 7$

447. $y = -x^3 + 3x^2$

448. $y = \frac{x^3}{4} - 2x^2 + 4x$

449. $y = x^4 - 2x^3 - 12x^2 - 14x$

450. $y = \frac{x^4}{8} - \frac{3x^3}{4} + \frac{3x^2}{2}$

451. $y = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$

$y' = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$

$P_1(-1,\ 9) \in f \Rightarrow 9 = a(-1)^4 + b(-1)^3 + c(-1)^2 + d(-1) + e$

(1) $9 = a - b + c - d + e$

$P_2(1,\ 1) \in f \Rightarrow 1 = a \cdot 1^4 + b \cdot 1^3 + c \cdot 1^2 + d \cdot 1 + e$

(2) $1 = a + b + c + d + e$

$P_2(1,\ 1)$ ist ein relatives Extremum $\Rightarrow f'(x_2) = 0$

$f'(1) = 0 \Rightarrow 0 = 4a \cdot 1^3 + 3b \cdot 1^2 + 2c \cdot 1 + d$

(3) $0 = 4a + 3b + 2c + d$

Die Funktion berührt die x-Achse an der Stelle $x_3 = 2 \Rightarrow f(x_3) = 0,\ f'(x_3) = 0$

$f(2) = 0 \Rightarrow 0 = a \cdot 2^4 + b \cdot 2^3 + c \cdot 2^2 + d \cdot 2 + e$

(4) $0 = 16a + 8b + 4c + 2d + e$

$f'(2) = 0 \Rightarrow 0 = 4a \cdot 2^3 + 3b \cdot 2^2 + 2c \cdot 2 + d$

(5) $0 = 32a + 12b + 4c + d$

$$\left.\begin{array}{rcl} 9 &=& a - b + c - d + e \\ 1 &=& a + b + c + d + e \\ 0 &=& 4a + 3b + 2c + d \\ 0 &=& 16a + 8b + 4c + 2d + e \\ 0 &=& 32a + 12b + 4c + d \end{array}\right\} \Rightarrow a = 1,\ b = -4,\ c = 4,\ d = 0,\ e = 0 \Rightarrow \underline{y = x^4 - 4x^3 + 4x^2}$$

452. $y = x^4 - 2x^2 + 8$

453. $y = \frac{x^4}{64} - \frac{x^2}{2} + 5$

454. $y = 3x^5 - 5x^3$

455. a) $y = \frac{a-bx^2}{x^2-4}$

$P(1,1) \in f \Rightarrow 1 = \frac{a-b}{1-4} \Rightarrow a - b = 1 - 4$

(1) $-3 = a - b$

$y' = \frac{-2bx(x^2-4)-2x(a-bx^2)}{(x^2-4)^2} = \frac{8bx-2ax}{(x^2-4)^2}$

$f'(4) = 0 \Rightarrow 0 = \frac{8b\cdot 4-2a\cdot 4}{(4^2-4)^2} \Rightarrow 32b - 8a = 0$

(2) $4b - a = 0$

$$\left.\begin{array}{lrcl} (1) & -3 &=& a - b \\ (2) & 0 &=& -a + 4b \end{array}\right\} \Rightarrow a = -4,\ b = -1 \Rightarrow \underline{y = \frac{-4+x^2}{x^2-4}}$$

b) $y = \frac{a-bx^2}{x^2-4}$

$N(3,\ 0) \in f \Rightarrow 0 = \frac{a-b\cdot 3^2}{3^2-4}$

(1) $0 = a - 9b$

$y' = \frac{-2bx(x^2-4)-2x(a-bx^2)}{(x^2-4)^2} = \frac{8bx-2ax}{(x^2-4)^2}$

Anstieg der Kurve bei $x_2 = 1$ ist -1. $\Rightarrow f'(x_2) = -1$

$f'(1) = -1 \Rightarrow \frac{8b\cdot 1-2a\cdot 1}{(1-4)^2} = -1$

(2) $9 = 2a - 8b$

$$\left.\begin{array}{lrcl} (1) & 0 &=& a - 9b \\ (2) & 9 &=& 2a - 8b \end{array}\right\} \Rightarrow a = 8{,}1,\ b = 0{,}9 \Rightarrow \underline{y = \frac{9(9-x^2)}{10(x^2-4)}}$$

456. $\frac{4}{9}$

457. a) $a = \frac{1}{2},\ b = \frac{1}{8},\ c = -\frac{101}{72}$ **b)** $a = -2,\ b = 8,\ c = -\frac{2}{3}$

c) $a = 1,\ b = -2,\ c = -5$ bzw. $\frac{7}{3}$

458. $a = \frac{125}{9},\ b = -\frac{22}{9}$

459. $y = -8x + 11$

460. $E\left(3, \frac{43}{8}\right)$, $S(0,\ 2)$, $W(2,\ 4)$, $N_1(-1{,}43334,\ 0)$, $N_2(4{,}21384,\ 0)$

461. Tiefpunkt, $E(2,\ 26)$

462. a) $T(0,\ 0)$ ist gleichzeitig Nullstelle, $S(3,\ 2{,}7), W(1,\ 1{,}1), t_1$: $y = 1{,}6x - 0{,}5$, t_2: $y = 2$

b) $N_1(3{,}44,\ 0)$, $N_2(-0{,}44,\ 0)$, $N_3(0,\ 0)$, $H(-0{,}225,\ 0{,}019)$, $T(2{,}225,\ -0{,}797)$

kein Sattelpunkt, $W\left(1, -\frac{7}{18}\right)$, t: $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{9}$

463. (1) $D = \mathbb{R}\backslash\{2, -2\}$, y-Achse ist Symmetrieachse, keine Nullstelle, $E\left(0, -\frac{1}{4}\right)$,

kein Wendepunkt, Polstellen: $x = \pm 2$, Asymptote: $y = 1$

(2) $D = \mathbb{R}\backslash\{0\}$, nicht symmetrisch, $N(-1{,}223,\ 0), E(10,\ 2), W(-5{,}85,\ 6,\ 13)$,

Polstelle: $x = 0$, Asymptote: $y = \frac{x^2}{40} - \frac{9x}{20} + \frac{7}{2}$

464. $y = \frac{2x^3}{2x^2+x-1}$

465. a) $N(x) = (x+2)^2$ **b)** 4. Grad

c) $Z(x) = x^4 + 3x^3 - 2x^2 + dx - 12$ **d)** -14

466. —

467. b) $a = -5{,}6559 \cdot 10^{-7}$, $b = 0$, $c = -1{,}8207 \cdot 10^{-5}$, $d = 0$, $e = 0{,}09$, $f = 0{,}03$

468. a) $v = \frac{dh}{dt}$, $b = \frac{dv}{dt}$

c) $h(t) = \begin{cases} 0{,}0016t^4 + 0{,}188t^3 + 5t^2 & \text{für } 0 \leqslant t \leqslant 44 \\ -4{,}905t^2 + 2077t + 31692 & \text{für } t > 44 \end{cases}$

d) $96{,}8\frac{m}{s^2}$, 44 s, 196,6 km, 105,86 s **e)** 343,5 s

469. a)

$$\left.\begin{array}{l} x = 1,\ y = 9 \Rightarrow P = xy = 9 \\ x = 2,\ y = 8 \Rightarrow P = xy = 16 \\ x = 3,\ y = 7 \Rightarrow P = xy = 21 \\ x = 4,\ y = 6 \Rightarrow P = xy = 24 \\ x = 5,\ y = 5 \Rightarrow P = xy = 25 \\ x = 6,\ y = 4 \Rightarrow P = xy = 24 \\ x = 7,\ y = 3 \Rightarrow P = xy = 21 \\ x = 8,\ y = 2 \Rightarrow P = xy = 16 \\ x = 9,\ y = 1 \Rightarrow P = xy = 9 \end{array}\right\} \Rightarrow P_{max} = 25,\ \underline{x = y = 5}$$

b) HB: $P = xy$ maximal

NB: $S = x + y \Rightarrow y = S - x = 10 - x$

NB: $y = 10 - x$

$P = xy = x(10 - x)$

$P = 10x - x^2, \quad x \in [0, 10]$

$P' = 10 - 2x$

$P'(x) = 10 - 2x = 0 \Rightarrow \underline{x = 5}$

$P'' = -2$

$P''(5) = -2 < 0 \Rightarrow$ P wird für $x = 5$ relativ maximal.

NB: $y = 10 - x = 10 - 5 = 5$

$P_{max} = 5 \cdot 5 = \underline{25}$

470. **a)** 3 **b)** 3

471. **a)** 2 **b)** 2

472. **a)** $\frac{a}{2}, \frac{a}{2}$, Maximum **b)** $\frac{a}{2}, \frac{a}{2}$, Minimum **c)** $\frac{a}{2}, \frac{a}{2}$, Minimum

d) $\sqrt{a}, \sqrt{a}$, Minimum bzw. $-\sqrt{a}, -\sqrt{a}$, Maximum

e) $\sqrt{a}, \sqrt{a}$, Minimum bzw. $-\sqrt{a}, -\sqrt{a}$, Minimum

f) $\frac{2a}{3}, \frac{a}{3}$, Minimum

473. **a)** 5 cm, $2250\ cm^3$, $100\ cm^2$, 1 : 10 **b)** 1 dm, $18\ dm^3$, $4\ dm^2$, 1 : 10

474. auszuschneidende Ecke: $\frac{\ell}{6}$, Abmessungen: $\frac{2\ell}{3}, \frac{2\ell}{3}, \frac{\ell}{6}, V_{max} = \frac{2\ell^3}{27}$

475. $a = \frac{\ell}{3}, \quad b = \frac{\ell}{6}, \quad c = \frac{2\ell}{3}, \quad V_{max} = \frac{\ell^3}{27}$

476. **a)** 6 cm, 6 cm, $36\ cm^2$ **b)** $\frac{u}{4}, \frac{u}{4}, \frac{u^2}{16}$

477. 30 m, 30 m, $900\ m^2$

478. $\frac{a^2}{16}$

479. $x = 32$ m, $y = 48$ m

480. $\frac{a^2}{2}$

481. $\frac{a^2}{2}$

482. **a)** $625\ cm^2$ **b)** $\frac{u^2}{16}$

483. $p = 1{,}20$ Euro, $U_{max} = 360{,}—$ Euro

484. 11 Jahre

485. HB: $U = px$ maximal

NB: $x = 30\,000 - 1000p$

$U = px = p(30\,000 - 1000p) = 30\,000p - 1000p^2, \quad p \in [0, 300]$

$U' = 30\,000 - 2000p$

$U'(x) = 30\,000 - 2000p = 0 \Rightarrow \underline{p = 15}$

$U'' = -200 < 0$

$U''(15) = -200 < 0 \quad \Rightarrow$ U wird für x= 15 relativ maximal.

NB: $x = 30\,000 - 1000 \cdot 15 = 15\,000$

$U_{max} = 15 \cdot 15\,000 = 225\,000 \quad \Rightarrow \quad \underline{U_{max} = 225\,000, \text{— Euro}}$

486. 4,50 Euro

487. a) $\frac{\ell}{2}, \frac{\ell}{2}, \frac{\ell^2}{8}$ **b)** nein

488. $u(\sqrt{2} - 1)$

489. $a = \frac{2s}{3} = \frac{u}{3} \Rightarrow a = b = c$

490. $a = \frac{u-c}{2}, \ b = \frac{u-c}{2}$

491. $a = 2{,}8\,\text{cm}, \ b = 1{,}4\,\text{cm}, \ A_{max} = 7\,\text{cm}^2$

492. $x = 100\,\text{m}, \ y = 31.83\,\text{m}, \ A_{max} = 6366{,}2\,\text{m}^2$

493. a) 2,643 dm, 2,643 dm **b)** 2,097 dm, 4,195 dm

494. a) $r = \frac{h}{2} = \sqrt{\frac{O}{6\pi}}, \ V_{max} = \frac{O}{3}\sqrt{\frac{O}{6\pi}}$ **b)** $a = \sqrt{\frac{O}{6}}, \ V_{max} = \frac{O}{6}\sqrt{\frac{O}{6}}$

495. a) $h = 2r = 2\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}, \ O_{min} = 3\sqrt[3]{2\pi V^2}$ **b)** $a = \sqrt[3]{V}, \ O_{min} = 6\sqrt[3]{V^2}$

496. a) 1 : 1 **b)** 377,26 Euro **c)** $3{,}7926\,\text{m}^2$, 8,83 Euro

497. a) 19 Jahre **b)** 441 000, — Euro

498. a) HB: $A = \frac{hc}{2}$ maximal

NB: $h^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2 = a^2 \Rightarrow h^2 = a^2 - \frac{c^2}{4}$

NB: $h = \sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}}$

HB: $A = \frac{c}{2}\sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}} = \frac{c}{4}\sqrt{4a^2 - c^2}$

$A'(c) = \frac{1}{4}\left(4a^2 - c^2\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{c^2}{4}\left(4a^2 - c^2\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{4a^2-c^2}}{4} - \frac{c^2}{4\sqrt{4a^2-c^2}}$

$A'(c) = 0 \Rightarrow c^2 = 4a^2 - c^2 \Rightarrow 2c^2 = 4a^2 \qquad \underline{c = a\sqrt{2}}$

$A''(c) = -\frac{c}{4}(4a^2 - c^2)^{-\frac{1}{2}} - \frac{c}{2}(4a^2 - c^2)^{-\frac{1}{2}} - \frac{c^3}{4}(4a^2 - c^2)^{-\frac{3}{2}} =$

$= -\frac{3c}{4}(4a^2 - c^2)^{-\frac{1}{2}} - \frac{c^3}{4}(4a^2 - c^2)^{-\frac{3}{2}}$

$A''(a\sqrt{2}) = -1 < 0 \Rightarrow$ A hat bei $\underline{c = a\sqrt{2}}$ ein relatives Maximum.

b) $h = \sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}} = \sqrt{a^2 - \frac{2a^2}{4}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$

$A_{max} = \frac{hc}{2} = \frac{\frac{a}{\sqrt{2}} \cdot a\sqrt{2}}{2} = \underline{\frac{a^2}{2}}$

c) $\tan\alpha = \frac{h}{\frac{c}{2}} = \frac{2h}{c}$

$\tan\alpha = \frac{2 \cdot \frac{a}{\sqrt{2}}}{a\sqrt{2}} = 1 \Rightarrow \underline{\alpha = 45^\circ} \Rightarrow \gamma = 180^\circ - 2\alpha = 180^\circ - 2 \cdot 45^\circ = 90^\circ$

Das Dreieck ist ein gleichschenkelig - rechtwinkeliges Dreieck.

499. a) 3 cm **b)** $2 - \sqrt{2}$, $2 - \sqrt{2}$ **c)** 2 cm^2 **d)** $\sqrt{3}\,cm^2$

e) $\frac{c\sqrt{u^2-2cu}}{4}$ **f)** $\frac{c^2}{4}$

500. $4r^2$

501. 12,5 cm^2

502. a) $x = y = \frac{r}{\sqrt{2}}$, $A_{max} = 2r^2$ **b)** $x = y = \frac{r\sqrt{2}}{2}$, $u_{max} = 4r\sqrt{2}$

c) $c = r\sqrt{3}$, $h = \frac{3r}{2}$, $A_{max} = \frac{3r^2\sqrt{3}}{4}$

503. a) $x = \frac{r\sqrt{2}}{2}$, $y = r\sqrt{2}, A_{max} = r^2$ **b)** $x = \frac{r\sqrt{5}}{5}$, $y = \frac{4r\sqrt{5}}{5}$, $u_{max} = 2r\sqrt{5}$

c) $x = h = r$, $A_{max} = r^2$ **d)** $x = r\sqrt{2}$, $h = \frac{r\sqrt{2}}{2}$, $A_{max} = \frac{r^2}{2}$

504. a) $x = \frac{r}{2}$, $h = \frac{r\sqrt{3}}{2}$ **b)** $3\sqrt{3} : 2\pi$

505. $\frac{r\sqrt{2}}{2}$, $\frac{r\sqrt{2}}{2}$, $A_{max} = \frac{r^2}{2}$

506. $b : h = 1 : \sqrt{2}$

507. $x = y = \frac{u}{4}$

508. $M_{min} = \pi r^2 \sqrt{3}$

509. $h = 17{,}32$ cm, $r = 24{,}495$ cm, $V_{max} = 32\,648{,}39$ cm^3

510. **a)** 5,66 cm **b)** 8 cm **c)** 268 cm^3

511. **a)** (1) $r' = 4{,}08$ dm, $h = 2{,}887$ dm (2) $50{,}38$ dm^3 (3) $\sqrt{3} : 9$

b) (1) $r' = \frac{r\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$, $h = \frac{r}{\sqrt{3}}$ (2) $\frac{2\pi r^3}{9\sqrt{3}}$ (3) $\sqrt{3} : 9$

512. **a)** $\sqrt{\frac{M}{\pi\sqrt{3}}}$, $\sqrt{\frac{2M}{\pi\sqrt{3}}}$, $\sqrt{\frac{M\sqrt{3}}{\pi}}$ **b)** $\frac{M}{9}\sqrt{\frac{2M\sqrt{3}}{\pi}}$

513. **a)** $x = r\sqrt{\frac{2}{3}}$, $y = \frac{2r}{\sqrt{3}}$, $V_{max} = \frac{4\pi r^3\sqrt{3}}{9}$

b) $x = \frac{r\sqrt{2}}{2}$, $y = r\sqrt{2}$, $M_{max} = 2\pi r^2$

c) $x = r\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{10}}$, $y = 2r\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{10}}$, $O_{max} = \pi r^2(1 + \sqrt{5})$

d) $x = \frac{2r\sqrt{2}}{3}$, $h = \frac{4r}{3}$, $V_{max} = \frac{32\pi r^3}{81}$

e) $x = \frac{2r\sqrt{2}}{3}$, $h = \frac{4r}{3}$, $s = \frac{2r\sqrt{6}}{3}$, $M_{max} = \frac{8\pi r^2\sqrt{3}}{9}$

f) $x = r\frac{\sqrt{190+14\sqrt{17}}}{16}$, $y = \frac{23-\sqrt{17}}{16}r$, $s = \frac{r}{4}\sqrt{46 - 2\sqrt{17}}$, $O_{max} = 7{,}787r^2$

514. 400 cm^2

515. $V_{max} = \frac{O}{12}\sqrt{\frac{O}{2}}$

516. $O_{min} = 3\sqrt{\frac{3V^2}{2}}(1 + \sqrt{3})$

517. 38,94°

518. **a)** 70,53° **b)** 335,04 Euro **c)** 2,93 Euro

519. $x = 18{,}38$ km

520. $x = 10{,}6$ km

521. $x = 102$ m

522. 18 Uhr

523. **a)** 4, 6 **b)** 4,62, 5,29 **c)** 4,449, 5,449 **d)** 6,5, 4,33

524. **a)** 12,18 Uhr **b)** Ja.

525. 1 Minute

526. HB: $A = xy$ maximal

NB: $c : h = y : (h - x) \Rightarrow c(h - x) = hy$

NB: $y = \frac{c(h-x)}{h}$

$A = xy = \frac{c(h-x)x}{h} = \frac{c}{h}(hx - x^2)$

$\bar{A} = hx - x^2, \quad x \in [0, h]$

$\bar{A}' = h - 2x$

$\bar{A}'(x) = h - 2x = 0 \Rightarrow x = \frac{h}{2}, \quad y = \frac{c}{2}$

$\bar{A}'' = -2$

$\bar{A}''\left(\frac{h}{2}\right) = -2 < 0 \Rightarrow \bar{A}$ bzw. A besitzt bei $x = \frac{h}{2}$ ein relatives Maximum.

$A_{max} = \frac{ch}{4} = \underline{12\,cm^2}$

527. 1 : 2

528. 60 cm^2

529. $x = 2{,}759, \quad y = 5{,}793, \quad U_{max} = 13{,}793$

530. $c = 2a, \quad h = 2b, \quad A_{max} = 2ab$

531. $x = \frac{a}{4}, \quad y = \frac{a}{2}$

532. h = 2,355 m, b=2,438 m, c = 3,615 m

533. $a = c = 2r\sqrt{3}, \quad h = 3r$

534. x = 6 m, y = 2,5 m, $A_{max} = 90\ m^2$

535. $\frac{2r}{3}, \quad \frac{h}{3}, \quad \frac{4r^2h\pi}{27}$

536. r = 13,5 cm, h = 54 cm, $V_{max} = 3280{,}5\pi\ cm^3$

537. **a)** 16,97 dm **b)** 48 dm **c)** 14,476 m^3

538. r = h = 12 m

539. 240 km, 60 $\frac{km}{h}$, 12 l

540. 49,73°, 11°

541. **a)** 10 $\frac{km}{h}$ **b)** 3333,33 km, 333,33 h

542. **a)** 37 Minuten 18 Sekunden **b)** 37 km

543. —

544. —

545. c) A(x) = R(x) − x **d)** Abschuss-Quote: 696,25 **e)** Bestandzahl: 1275

546. a) 39,01 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, 1552$\frac{\text{J}}{\text{Flugstunde}}$ **b)** 7872 J, 198 km

c) 3 Stunden 56 Minuten nach Dämmerungsende

547. a) $y' = 2\cos 2x$ **b)** $y' = \frac{1}{2}\cos\frac{x}{2}$

c) $y' = 4\cos(3+4x)$ **d)** $y' = -2\cos(5-2x)$

548. a) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}\cos\sqrt{x}$ **b)** $y' = -\frac{2}{x^3}\cos\frac{1}{x^2}$

c) $y' = -\frac{9}{x^4}\cos\frac{3}{x^3}$ **d)** $y' = \frac{3}{2\sqrt{3x}}\cos(\sqrt{3x}-5)$

549. a) $2x\cos x^2$ **b)** $\sin 2x$

c) $y' = 6x\cos x^2 \sin^2 x^2$ **d)** $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}\sin 2\sqrt{x}$

550. a) $y' = \frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$ **b)** $y' = \frac{\cos 3x}{\sqrt[3]{\sin^2 3x}}$

c) $y' = \frac{5\cos 5x}{4\sqrt[4]{\sin^3 5x}}$ **d)** $y' = \frac{6\cos(3x+8)}{5\sqrt[5]{\sin^3(3x+8)}}$

551. a) $y' = -\frac{2\cos 2x}{\sin^2 2x}$ **b)** $y' = -\frac{12\cos 2x}{\sin^3 2x}$

c) $y' = -\frac{\cos x}{\sin x\sqrt{\sin x}}$ **d)** $y' = -\frac{3\cos x}{4\sin x\ \sqrt[4]{\sin x}}$

552. a) $y' = \frac{\cos x\ \sin 3x - 3\cos 3x\ \sin x}{\sin^2 3x}$ **b)** $y' = -\frac{9\cos 9x}{\sin^2 9x}$

c) $y' = \frac{6\cos 2x\ \sin 5x - 15\cos 5x\ \sin 2x}{4\sin^2 5x}$

d) $y' = 5\left(\frac{8\sqrt[4]{x^3}\cos\sqrt[3]{2x}\ \sin\sqrt[4]{x} - 3\sqrt[3]{4x^2}\ \cos\sqrt[4]{x}\ \sin\sqrt[3]{2x}}{108x\ \sqrt[12]{256x^5}\sin\sqrt[4]{x}}\right)$

553. a) $y' = -3\sin 3x$ **b)** $y' = -\frac{1}{5}\sin\frac{x}{5}$

c) $y' = -5\sin(7+5x)$ **d)** $8\sin(9-8x)$

554. a) $y' = -\frac{\sin\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$ **b)** $y' = \frac{2\sin x^{-2}}{x^3}$

c) $y' = \frac{10\sin 2x^{-5}}{x^5}$ **d)** $y' = -\frac{5\sin(\sqrt{5x}-1)}{2\sqrt{5x}}$

555. a) $y' = -2x\sin x^2$ **b)** $y' = -\sin 2x$

c) $y' = -3x\cos x^2 \sin 2x^2$ **d)** $y' = -\frac{\sin 2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$

556. a) $y' = \frac{\sin x}{2\cos x\sqrt{\cos x}}$ **b)** $y' = -\frac{2\sin 2x}{5\sqrt[5]{\cos^4 2x}}$

c) $y' = -\frac{2\sin 2x}{3\sqrt[3]{\cos^2 2x}}$

d) $y' = -\frac{4\sin(2x-1)}{7\sqrt[7]{\cos^5(2x-1)}}$

557. a) $y' = \frac{3\sin 3x}{\cos^2 3x}$

b) $y' = \frac{70\sin 7x}{\cos^3 7x}$

c) $y' = \frac{3\sin x}{\cos x\sqrt{\cos x}}$

d) $y' = \frac{85\sin 5x}{6\cos 5x\sqrt[6]{\cos 5x}}$

558. a) $y' = \frac{\sin x\ \cos 4x - 4\sin 4x\ \cos x}{\cos^2 x}$

b) $y' = \frac{8\sin 8x}{\cos^2 8x}$

c) $$y' = \frac{11}{10}\cdot\frac{(\cos 4x)'\cos 8x-(\cos 8x)'\cos 4x}{\cos^2 8x} = \frac{11}{10}\cdot\frac{-4\sin 4x\ \cos 8x+8\sin 8x\ \cos 4x}{\cos^2 8x} =$$
$$= \frac{22(2\sin 8x\ \cos 4x - \sin 4x\ \cos 8x)}{5\cos^2 8x}$$

d) $$y' = 6\left(\frac{\sqrt{3x}\ \sin\sqrt[5]{x}\ \cos\sqrt{3x} - 6\sqrt[5]{x^4}\sin\sqrt{3x}\ \cos\sqrt[5]{x}}{28x\sqrt[10]{243x^3}\cos^2\sqrt[5]{x}}\right)$$

559. a) $y' = \frac{9}{\cos^2 9x}$

b) $y' = \frac{2}{6\cos^2\frac{x}{6}}$

c) $y' = -\frac{7}{\cos^2(5-7x)}$

d) $y' = \frac{6}{\cos^2(2x+1)}$

560. a) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}\cos^2\sqrt{x}}$

b) $y' = -\frac{5}{x^2\cos^2\frac{5}{x}}$

c) $y' = -\frac{1}{5x^2\cos^2\frac{1}{5x}}$

d) $$y = \tan\left(x^{\frac{5}{6}} - 1\right) \Rightarrow y' = \left(x^{\frac{5}{6}}-1\right)'\cdot\frac{1}{\cos^2\left(\sqrt[6]{x^5}-1\right)} = \frac{\frac{5}{6}x^{-\frac{1}{6}}}{\cos^2\left(\sqrt[6]{x^5}-1\right)} =$$
$$= \frac{5}{6\sqrt[6]{x}\cos^2\left(\sqrt[6]{x^5}-1\right)}$$

561. a) $y' = \frac{2x}{\cos^2 x^2}$

b) $y' = \frac{6\tan^2 2x}{\cos^2 2x}$

c) $y' = \frac{20x^4\tan^3 x^5}{\cos^2 x^5}$

d) $y' = \frac{10\tan\sqrt{5x}}{\sqrt{5x}\cos^2\sqrt{5x}}$

562. a) $y' = \frac{1}{2\cos^2 x\sqrt{\tan x}}$

b) $y' = \frac{2}{5\cos^2 2x\ \sqrt[5]{\tan^4 2x}}$

c) $y' = \frac{9}{7\cos^2 9x\ \sqrt[7]{\tan^6 9x}}$

d) $y' = \frac{3}{2\cos^2(4x+5)\ \sqrt[8]{\tan^5(4x+5)}}$

563. a) $y' = \frac{2x-\sin 2x}{2x^2\cos^2 x}$

b) $y' = \frac{\sin 2x - 2x}{3\sin^2 x}$

c) $y' = -\frac{5}{\sin 2x\sqrt{3\tan x}}$

d) $y' = -\frac{16}{3\sin 4x\ \sqrt[3]{\tan 2x}}$

564. a) $y' = \frac{3}{\cos^2 3x\ \tan 2x} - \frac{2\tan 3x}{\sin^2 2x}$

b) $$y = \tan x\tan^{-\frac{1}{2}}2x \Rightarrow y' = (\tan x)'\tan^{-\frac{1}{2}}2x + \left(\tan^{-\frac{1}{2}}2x\right)'\tan x =$$
$$= \frac{\tan^{-\frac{1}{2}}2x}{\cos^2 x} + \frac{2\left(-\frac{1}{2}\right)\tan^{-\frac{3}{2}}2x}{\cos^2 2x}\cdot\tan x =$$
$$= \frac{1}{\cos^2 x\sqrt{\tan 2x}} - \frac{\tan x}{\cos^2 2x\tan 2x\sqrt{\tan 2x}} =$$
$$= \frac{1}{\cos^2 x\sqrt{\tan 2x}} - \frac{2\tan x}{\sin 4x\sqrt{\tan 2x}}$$

c) $y' = \frac{10}{\sqrt[3]{\tan(4x+3)}}\left[\frac{1}{\cos^2 2x} - \frac{4\tan 2x}{3\sin 2(4x+3)}\right]$

d) $y' = \frac{3\tan 5x^3}{\sqrt[3]{\tan 4x}}\left(\frac{30x^2}{\cos^2 5x^3} - \frac{8\tan 5x^3}{3\sin 8x}\right)$

565. a) $y' = \frac{1+5\cos x}{(5+\cos x)^2}$ b) $y' = \cos 2x\cos x + \cos 3x$

c) $y' = 0$

566. a) $y' = \frac{1}{\cos^2 3x\sqrt[3]{\tan^2 3x}} + 2x\sin 2x - \cos 2x$ b) $y' = -\frac{x\sin x+\cos x}{3x\sqrt[3]{x\cos^2 x}}$

c) $y' = \frac{3\sin x^2 - 2x(3x+2)\cos x^2}{\sin^2 x^2} + \frac{4}{\sin 2x\sqrt{\tan x}}$

567. a) $D = [0, 2\pi]$, keine Polstelle, keine Asymptote, $N_1(0,\ 0)$, $N_2\left(\frac{\pi}{2},\ 0\right)$, $N_3\left(\frac{3\pi}{2},\ 0\right)$, H(0,86, 0,561), T(3,426, −3,288), $W_1(0,\ 0)$, $W_2(2{,}289,\ -1{,}506)$, $W_3(5{,}087,\ 1{,}861)$, t_1: $y = x$, t_2: $y = -2{,}38x + 3{,}942$, t_3: $y = 5{,}1x - 24{,}083$

b) $D = [0,\ 2\pi]$, keine Polstelle, keine Asymptote, $N_1(0,\ 0)$, $N_2(\pi, 0)$, $N_3(2\pi, 0)$, $T_1(0,\ 0)$, $T_2(4{,}913, -4{,}814)$, H(2,029, 1,819), $W_1(1{,}077,\ 0{,}948)$, $W_2(3{,}643, -1{,}751)$, t_1: $y = 1{,}391x - 0{,}55$, t_2: $y = -3{,}675x + 11{,}637$

c) $y = \frac{\cos x}{x}$

Definitionsbereich: $\underline{x \in\ ]0,\ 2\pi]}$

Polstelle: $\underline{x = 0}$

Asymptote: $\underline{x = 0}$

$y' = \frac{-x\sin x - \cos x}{x^2}$

$y'' = \frac{x^2(-\sin x - x\cos x + \sin x) - 2x(-x\sin x - \cos x)}{x^4} = \frac{-x^2\cos x + 2x\sin x + 2\cos x}{x^3}$

Nullstellen:

$y = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2},\ x = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \underline{N_1\left(\frac{\pi}{2},\ 0\right)},\ \underline{N_2\left(\frac{3\pi}{2},\ 0\right)}$

Extrema:

$y' = 0 \Rightarrow -x\sin x - \cos x = 0$

Wir wenden das NEWTONsche Näherungsverfahren an.

$E = -x\sin x - \cos x$

$E' = -\sin x - x\cos x + \sin x = -x\cos x$

Wertetabelle:

x	1	2	3	4	5	6	7
E	−1,381	−1,402	0,566	3,681	4,511	0,716	−5,353

Eine Nullstelle von E liegt im Intervall [2, 3], Startwert $x = 2{,}5$ (beliebig)

n	x_n	$f(x_n)$	$f'(x_n)$	$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$
0	2,5	−0,695037	2,00286	2,84702
1	2,84702	0,130355	2,72439	2,79918
2	2,79918	0,00208	2,63667	2,79839
3	2,79839	$5{,}85627 \cdot 10^{-7}$	2,63519	2,79839

$\Rightarrow \bar{x} = 2{,}798 \Rightarrow y = \frac{\cos(2{,}798)}{2{,}798} = -0{,}335$

$y''(2{,}798) = 0{,}377 > 0$ Minimum $\Rightarrow \underline{T(2{,}798,\ -0{,}335)}$

Eine weitere Nullstelle von E liegt im Intervall [6, 7].

Durch analoge Berechnung erhalten wir $\underline{H(6{,}121,\ 0{,}161)}$.

Wendepunkt:

$y'' = 0 \Rightarrow -x^2 \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x = 0$

Wir wenden das NEWTONsche Näherungsverfahren an.

$W = -x^2 \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x$

$W' = -2x \cos x + x^2 \sin x + 2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x = x^2 \sin x$

Wertetabelle:

x	1	2	3	4	5
W	2,223	4,469	7,778	3,096	−16,113

Die Nullstelle von W liegt im Intervall [4, 5]. Startwert $x = 4{,}2$ (beliebig)

n	x_n	$f(x_n)$	$f'(x_n)$	$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$
0	4,2	0,346443	−15,3746	4,22253
1	4,22253	−0,004044	−15,7330	4,22228
2	4,22228	$-5{,}23236 \cdot 10^{-7}$	−15,7289	4,22228

$\bar{x} = 4{,}222 \Rightarrow y = -0{,}112 \Rightarrow \underline{W(4{,}222,\ -0{,}112)}$

Wendetangente:

$k = f'(4{,}222) = 0{,}235$

$y_w = kx_w + d \Rightarrow -0{,}112 = 0{,}235 \cdot 4{,}222 + d \Rightarrow d = -1{,}104$

$\underline{t\colon y = 0{,}235x - 1{,}104}$

568. a) $y = \frac{\sin x}{x}$

Definitionsbereich: $\underline{x \in]0, 2\pi]}$

Lücke: $\underline{x = 0} \Rightarrow \lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

Asymptote: $\underline{x = 0}$

$y' = \frac{x \cos x - \sin x}{x^2}$

$y'' = \frac{x^2(\cos x - x \sin x - \cos x) - 2x(x \cos x - \sin x)}{x^4} = \frac{-x^2 \sin x - 2x \cos x + 2 \sin x}{x^3}$

Nullstellen:

$y = 0 \Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x_1 = \pi, \ \ x_2 = 2\pi$ ($x = 0$ ist keine Nullstelle, da 0 nicht zur Definitionsmenge gehört.) $\Rightarrow \underline{N_1(\pi, \ 0)}, \underline{N_2(2\pi, \ 0)}$

Extrema:

$y' = 0 \Rightarrow x \cos x - \sin x = 0$

Wir wenden das NEWTONsche Näherungsverfahren an.

$E = x \cos x - \sin x$

$E' = \cos x - x \sin x - \cos x = -x \sin x$

Wertetabelle:

x	1	2	3	4	5	6
E	−0,301	−1,74	−3,25	−1,857	2,377	6,04

Die Nullstelle von E liegt im Intervall [4, 5]. Startwert x = 4,5 (beliebig)

n	x_n	$f(x_n)$	$f'(x_n)$	$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$
0	4,5	0,028949	4,39889	4,49342
1	4,49342	−0,000042	4,38612	4,49341

$\Rightarrow \bar{x} = 4{,}493 \Rightarrow y = \frac{\sin(4{,}493)}{4{,}493} = -0{,}217$

$y''(4{,}493) = 0{,}217 > 0$ Minimum $\Rightarrow \underline{T(4{,}493, \ -0{,}217)}$

Wendepunkte:

$y'' = 0 \Rightarrow -x^2 \sin x - 2x \cos x + 2 \sin x = 0$

Wir wenden das NEWTONsche Näherungsverfahren an.

$W = -x^2 \sin x - 2x \cos x + 2 \sin x$

$W' = -2x \sin x - x^2 \cos x - 2 \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x = -x^2 \cos x$

Wertetabelle:

x	1	2	3	4	5	6
W	−0,239	−0,154	4,952	15,82	19,218	−2,023

Die Nullstellen von W liegen im Interval [2, 3] und [5, 6].

Im Intervall [2, 3] wählen wir einen Startwert, z. B. $x_0 = 2$.

n	x_n	$f(x_n)$	$f'(x_n)$	$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$
0	2	−0,154008	1,66459	2,09252
1	2,09252	0,023531	2,18221	2,08174
2	2,08174	0,000341	2,11913	2,08158
3	2,08158	$7{,}51574 \cdot 10^{-8}$	2,11820	2,08158

$\bar{x} = 2{,}082 \Rightarrow y = 0{,}419 \Rightarrow \underline{W_1(2{,}082,\ 0{,}419)}$

Wendetangente:

$k = f'(2{,}082) = -0{,}436$

$y_w = kx_w + d \Rightarrow 0{,}419 = -0{,}436 \cdot 2{,}082 + d \Rightarrow d = 1{,}327$

$\underline{t_1\colon y = -0{,}436x + 1{,}327}$

Im Intervall [5, 6] wählen wir einen Startwert, z. B. $x_0 = 6$.

n	x_n	$f(x_n)$	$f'(x_n)$	$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$
0	6	−2,02192	−34,5661	5,94151
1	5,94151	−0,037765	−33,2608	5,94037
2	5,94037	−0,000015	−33,2347	5,94037

$\bar{x} = 5{,}94 \Rightarrow y = -0{,}0566 \Rightarrow \underline{W_2(5{,}94,\ -0{,}0566)}$

Wendetangente:

$k = f'(5{,}94) = 0{,}168$

$y_w = kx_w + d \Rightarrow -0{,}0566 = 0{,}168 \cdot 5{,}94 + d$

$\Rightarrow d = -1{,}0545 \Rightarrow \underline{t_2\colon y = 0{,}168x - 1{,}0545}$

b) $D = [0, 2\pi]$, keine Polstelle, keine Asymptote, $N_1(0, 0), N_2\left(\frac{\pi}{2}, 0\right), N_3(\pi, 0), N_4\left(\frac{3\pi}{2}, 0\right), N_5(2\pi, 0), T_1\left(\frac{3\pi}{4}, -1\right), T_2\left(\frac{7\pi}{4}, -1\right), H_1\left(\frac{\pi}{4}, 0\right), H_2\left(\frac{5\pi}{4}, 1\right), W_1(0, 0), W_2\left(\frac{\pi}{2}, 0\right), W_3(\pi, 0), W_4\left(\frac{3\pi}{2}, 0\right), W_5(2\pi, 0)$, $t_1\colon y = 2x$, $t_2\colon y = -2x + \pi$, $t_3\colon y = 2x - 2\pi$, $t_4\colon y = -2x + 3\pi$, $t_5\colon y = 2x - 4\pi$

c) $D = [0, 2\pi]$, keine Polstelle, keine Asymptote, $N(0, 0)$, keine Extrema, $S_1(0, 0)$, $S_2(2\pi, 2\pi)$, $W(\pi, \pi)$, $t_{s_1}\colon y = 0$, $t_{s_2}\colon y = 2\pi$, $t_w\colon y = 2x - \pi$

569. a) $y = \sqrt{1 + \sin^2 x} = (1 + \sin^2 x)^{\frac{1}{2}}$

Definitionsbereich: $x \in [0, 2\pi]$, da $1 + \sin^2 x > 0$ ist.

Es existiert keine Polstelle und Asymptote.

$y' = \frac{1}{2} \cdot 2 \sin x \cos x (1 + \sin^2 x)^{-\frac{1}{2}} = \frac{\sin 2x (1+\sin^2 x)^{-\frac{1}{2}}}{2}$

$$y'' = \frac{1}{2}\left[2\cos 2x(1+\sin^2 x)^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}\sin 2x(2\sin x\cos x)(1+\sin^2 x)^{-\frac{3}{2}}\right] =$$
$$= \frac{(1+\sin^2 x)^{-\frac{1}{2}}}{2}\left[2\cos 2x - \frac{\sin^2 2x}{2(1+\sin^2 x)}\right]$$

Es gibt keine Nullstelle, da $1 + \sin^2 x > 0$ ist.

Extrema:

$y' = 0 \Rightarrow \sin 2x = 0 \Rightarrow x = 0,\ x = \frac{\pi}{2},\ x = \pi,\ \frac{3\pi}{2},\ x = 2\pi$

$y''(0) = 1 > 0$ Minimum $\Rightarrow \underline{T_1(0,\ 1)}$

$y''(\frac{\pi}{2}) = -\frac{1}{\sqrt{2}} < 0$ Maximum $\Rightarrow \underline{H_1\left(\frac{\pi}{2},\ \sqrt{2}\right)}$

$y''(\pi) = 1 > 0$ Minimum $\Rightarrow \underline{T_2(\pi,\ 1)}$

$y''(\frac{3\pi}{2}) = -\frac{1}{\sqrt{2}} < 0$ Maximum $\Rightarrow \underline{H_2\left(\frac{3\pi}{2},\ \sqrt{2}\right)}$

$y''(2\pi) = 1 > 0$ Minimum $\Rightarrow \underline{T_3(2\pi,\ 1)}$

Wendepunkte:

$$y'' = 0 \Rightarrow \quad 2\cos 2x - \frac{\sin^2 2x}{2(1+\sin^2 x)} = 0$$
$$\frac{4\cos 2x(1+\sin^2 x) - \sin^2 2x}{2(1+\sin^2 x)} = 0$$
$$\frac{4\cos 2x\left(1+\frac{1-\cos 2x}{2}\right) - (1-\cos^2 2x)}{2(1+\sin^2 x)} = 0$$

$\Rightarrow \cos^2 2x - 6\cos 2x + 1 = 0 \Rightarrow \cos 2x = 3 - \sqrt{8} = 0{,}1716$

$\cos 2x = 3 + \sqrt{8}$ ist ungültig, da $-1 < \cos 2x < 1$.

$\cos 2x = 0{,}1716$

$2x = 2k\pi \pm \arccos 0{,}1716 = 2k\pi \pm 1{,}398$

$x = k\pi \pm 0{,}699$

$k = 0 \Rightarrow x = 0{,}699,\ y = 1{,}189 \Rightarrow \underline{W_1(0{,}699,\ 1{,}189)}$

$k = 1 \Rightarrow x = 2{,}44,\ y = 1{,}189 \Rightarrow \underline{W_2(2{,}44,\ 1{,}189)}$

$k = 1 \Rightarrow x = 3{,}84,\ y = 1{,}189 \Rightarrow \underline{W_3(3{,}84,\ 1{,}189)}$

$k = 2 \Rightarrow x = 5{,}584,\ y = 1{,}189 \Rightarrow \underline{W_4(5{,}584,\ 1{,}189)}$

Wendetangenten:

$k = f'(0{,}699) = 0{,}414$

$y_w = kx_w + d \Rightarrow 1{,}189 = 0{,}414 \cdot 0{,}699 + d \Rightarrow d = 0{,}9$

$\underline{t_1\colon y = 0{,}414x + 0{,}9}$

$k = f'(2{,}44) = -0{,}414$

$y_w = kx_w + d \Rightarrow 1{,}189 = -0{,}414 \cdot 2{,}44 + d \Rightarrow d = 2{,}199$

$\underline{t_2\colon y = -0{,}414x + 2{,}199}$

$k = f'(3{,}84) = 0{,}414$

$y_w = kx_w + d \;\Rightarrow\; 1{,}189 = 0{,}414 \cdot 3{,}84 + d \;\Rightarrow\; d = -0{,}4$

$\underline{t_3\colon y = 0{,}414x - 0{,}4}$

$k = f'(5{,}584) = -0{,}414$

$y_w = kx_w + d \;\Rightarrow\; 1{,}189 = -0{,}414 \cdot 5{,}584 + d \;\Rightarrow\; d = 3{,}5$

$\underline{t_4\colon y = -0{,}414x + 3{,}5}$

b) $D = [0, 2\pi]$, keine Polstelle, keine Asymptote, $N_1(0, 0)$, $N_2(\frac{\pi}{2}, 0)$, $N_3(\frac{3\pi}{2}, 0)$, $T(3{,}4256, -35{,}558)$, $H(0{,}8603, 0{,}1766)$, $S_1(0, 0)$, $S_2(\frac{\pi}{2}, 0)$, $S_3(\frac{3\pi}{2}, 0)$, $W_1(0{,}5367, 0{,}098)$, $W_2(1{,}183, 0{,}089)$, $W_3(2{,}865, -20{,}936)$, $W_4(3{,}991, -18{,}311)$, $W_5(5{,}839, 146{,}56)$, $t_{s_1}\colon y = 0$, $t_{s_2}\colon y = 0$, $t_{s_3}\colon y = 0$, $t_{w_1}\colon y = 0{,}373x - 0{,}102$, $t_{w_2}\colon y = -0{,}43x + 0{,}598$, $t_{w_3}\colon y = -39{,}75x + 92{,}95$, $t_{w_4}\colon y = 48{,}69x - 212{,}63$, $t_{w_5}\colon y = 284{,}55x - 1514{,}93$

c) $D = [0, 2\pi]$, keine Polstelle, keine Asymptote, $N_1(0, 0)$, $N_2(\pi, 0)$, $N_3(2\pi, 0)$, $T\left(\frac{\pi}{2}, -4\right)$, $H\left(\frac{3\pi}{2}, 4\right)$, $S_1(0, 0)$, $S_2(\pi, 0)$, $S_3(2\pi, 0)$, $W_1(0{,}955, -2{,}177)$, $W_2(2{,}186, -2{,}177)$, $W_3(4{,}097, 2{,}177)$, $W_4(5{,}328, 2{,}177)$, $t_{s_1}\colon y = 0$, $t_{s_2}\colon y = 0$, $t_{s_3}\colon y = 0$, $t_{w_1}\colon y = -4{,}619x + 2{,}234$, $t_{w_2}\colon y = 4{,}619x - 12{,}27$, $t_{w_3}\colon y = 4{,}619x - 16{,}75$, $t_{w_4}\colon y = -4{,}619x + 26{,}79$

570. a) $D = [0, \pi - 1[$ oder $]\pi - 1, 2\pi - 1[$ oder $]2\pi - 1, 2\pi]$, Polstellen: $x = \pi - 1$, $x = 2\pi - 1$, $x = \frac{\pi}{2}$, $x = \frac{3\pi}{2}$, Asymptoten: $x = \pi - 1$, $x = 2\pi - 1$, $x = \frac{\pi}{2}$, $x = \frac{3\pi}{2}$, $N_1(0, 0)$, $N_2\left(\frac{\pi}{2} - 1, 0\right)$, $N_3(\pi, 0)$, $N_4\left(\frac{3\pi}{2} - 1, 0\right)$, $N_5(2\pi, 0)$, $H_1(0{,}285, 0{,}0861)$, $H_2(3{,}427, 0{,}0861)$, $T_1(1{,}856, 11{,}616)$, $T_2(4{,}998, 11{,}616)$

b) $y = \frac{\tan^2 x}{\tan 2x}$

Definitionsbereich:
$\tan 2x = 0 \;\Rightarrow\; 2x = k\pi \;\Rightarrow\; x = \frac{k\pi}{2}$

$k = 0 \;\Rightarrow\; x = 0$

$k = 1 \;\Rightarrow\; x = \frac{\pi}{2}$

$k = 2 \;\Rightarrow\; x = \pi$

$k = 3 \;\Rightarrow\; x = \frac{3\pi}{2}$

$k = 4 \;\Rightarrow\; x = 2\pi$

$\underline{x \in\,]0, \tfrac{\pi}{2}[\text{ oder }]\tfrac{\pi}{2}, \pi[\text{ oder }]\pi, \tfrac{3\pi}{2}[\text{ oder }]\tfrac{3\pi}{2}, 2\pi[}$

Polstellen:

$x = \frac{\pi}{2}$, $x = \frac{3\pi}{2}$ sind Polstellen, da die Funktion an diesen Stellen nicht definiert und der Zähler bei $x = \frac{\pi}{2}$ und $x = \frac{3\pi}{2}$ ungleich Null ist.

Lücke:

Die Funktion hat $x = 0$, $x = \pi$ und $x = 2\pi$ Lücken, da für diese Werte sowohl der Zähler als auch der Nenner Null ist.

$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan^2 x}{\tan 2x} = \lim_{x\to 0} \frac{\tan^2 x}{\frac{2\tan x}{1-\tan^2 x}} = \lim_{x\to 0} \frac{\tan x(1-\tan^2 x)}{2} = 0$$

$$\lim_{x\to \pi} \frac{\tan^2 x}{\tan 2x} = \lim_{x\to \pi} \frac{\tan^2 x}{\frac{2\tan x}{1-\tan^2 x}} = \lim_{x\to \pi} \frac{\tan x(1-\tan^2 x)}{2} = 0$$

$$\lim_{x\to 2\pi} \frac{\tan^2 x}{\tan 2x} = \lim_{x\to 2\pi} \frac{\tan^2 x}{\frac{2\tan x}{1-\tan^2 x}} = \lim_{x\to 2\pi} \frac{\tan x(1-\tan^2 x)}{2} = 0$$

Nullstelle:

Bei $x_1 = \frac{\pi}{4}$, $x_2 = \frac{3\pi}{4}$, $x_3 = \frac{5\pi}{4}$, $x_4 = \frac{7\pi}{4}$ geht der Nenner gegen unendlich, aber der Zähler ist eine Zahl, nämlich $\frac{1}{2} \Rightarrow y = 0$

$\Rightarrow \underline{N_1\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)}, \underline{N_2\left(\frac{3\pi}{4}, 0\right)}, \underline{N_3\left(\frac{5\pi}{4}, 0\right)}, \underline{N_4\left(\frac{7\pi}{4}, 0\right)}$

Extrema:

$$y = \frac{\tan^2 x(1-\tan^2 x)}{2\tan x} = \frac{\tan x(1-\tan x^2)}{2}$$

$$y' = \frac{(1+\tan^2 x)(1-\tan^2 x)-2\tan^2 x(1+\tan^2 x)}{2} = \frac{1-\tan^4 x-2\tan^2 -2\tan^4 x}{2}$$

$$= \frac{1-3\tan^4 x-2\tan^2 x}{2}$$

$$y'' = \frac{-3\cdot 4\tan^3 x(1+\tan^2 x)-2\cdot 2\tan x(1+\tan^2 x)}{2} = -2(1+\tan^2 x)(3\tan^3 x+\tan x)$$

$y' = 0 \Rightarrow 1 - 3\tan^4 x - 2\tan^2 x = 0 \quad \tan^2 x = u$

$\Rightarrow 1 - 3u^2 - 2u = 0 \Rightarrow u_{1,2} = \frac{-1\pm 2}{3}$

$u_1 = \tan^2 x = \frac{1}{3}$, $u_2 = \tan^2 x = -1$

$u = \tan^2 x$ ist immer positiv $\Rightarrow$ u_2 ist ungültig

$\tan^2 x = \frac{1}{3} \Rightarrow \tan x = \pm\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow x_1 = \frac{\pi}{6}$, $x_2 = \frac{5\pi}{6}$, $x_3 = \frac{7\pi}{6}$, $x_4 = \frac{11\pi}{6}$

$f''(\frac{\pi}{6}) = -3{,}079 < 0 \Rightarrow \underline{H_1\left(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{3\sqrt{3}}\right)}$

$f''(\frac{5\pi}{6}) = 3{,}079 > 0 \Rightarrow \underline{T_1\left(\frac{5\pi}{6}, -\frac{1}{3\sqrt{3}}\right)}$

$f''(\frac{7\pi}{6}) = -3{,}079 < 0 \Rightarrow \underline{H_2\left(\frac{7\pi}{6}, \frac{1}{3\sqrt{3}}\right)}$

$f''(\frac{11\pi}{6}) = 3{,}079 > 0 \Rightarrow \underline{T_2\left(\frac{11\pi}{6}, -\frac{1}{3\sqrt{3}}\right)}$

Wendepunkt:

$y'' = -6\tan^3 x - 2\tan x = -2\tan x(3\tan^2 x + 1) = 0$

$\Rightarrow \tan x = 0 \Rightarrow x_1 = 0,\ x_2 = \pi,\ x_3 = 2\pi$

$x_1 = 0,\ x_2 = \pi,\ x_3 = 2\pi$ gehören nicht zur Definitionsmenge. $\Rightarrow$ Es existiert keinWendepunkt und keineWendetangente.

c) $D = [0, 2\pi]$, keine Polstelle, keine Asymptote, $N_1\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$, $N_2(\pi, 0)$, $N_3\left(\frac{3\pi}{2}, 0\right)$, $T_1\left(\frac{2\pi}{3}, -\frac{1}{2}\right)$, $T_2\left(\frac{4\pi}{3}, -\frac{1}{2}\right)$, $W_2(2{,}574, -0{,}264)$, $W_3(3{,}709, -0{,}264)$, $W_4(5{,}347, 1{,}89)$, t_1: $y = -3{,}52x + 5{,}18$, t_2: $y = 0{,}738x - 2{,}164$, t_3: $y = -0{,}738x + 2{,}473$, t_4: $y = 3{,}52x - 16{,}93$

571. 45°

572. HB: $A = xy$

NB: $x = 2r\cos\alpha,\ y = 2r\sin\alpha$

HB: $A = 2r\cos\alpha \cdot 2r\sin\alpha = 2r^2\sin 2\alpha$

$\bar{A} = \sin 2\alpha$

$\bar{A}' = 2\cos 2\alpha$

$\bar{A}'(\alpha) = 2\cos 2\alpha = 0 \Rightarrow \cos 2\alpha = 0 \Rightarrow 2\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \underline{\alpha = \frac{\pi}{4}}$

$\bar{A}'' = -4\sin 2\alpha$

$\bar{A}''(\frac{\pi}{4}) = -4 < 0 \Rightarrow \bar{A}$ bzw. A wird für $\alpha = \frac{\pi}{4}$ relativ maximal.

$A_{max} = 2r^2\sin 2\alpha = 2\cdot 1\sin\frac{\pi}{2} = \underline{2}$

573. —

574. 45°

575. x = 5 cm, y = 5 cm

576. 120°

577. **a)** 54,74°, 1,594 m

b) HB: $M = \pi rs$ minimal

1. NB: $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$

2. NB: $r = s \cdot \cos\alpha$

3. NB: $h = s \cdot \sin\alpha$

2. und 3. NB in 1. NB einsetzen $\Rightarrow \ V = \frac{\pi(s\cdot\cos\alpha)^2 s\cdot\sin\alpha}{3} = \frac{\pi s^3\cos^2\alpha\sin\alpha}{3}$

$\Rightarrow s = \left(\frac{3V}{\pi\cos^2\alpha\sin\alpha}\right)^{\frac{1}{3}}$

$M = \pi rs = \pi s^2\cos\alpha = \pi\left(\frac{3V}{\pi\cos^2\alpha\sin\alpha}\right)^{\frac{2}{3}}\cos\alpha = \left(\frac{9\pi^3V^2\cos^3\alpha}{\pi^2\cos^4\alpha\sin^2\alpha}\right)^{\frac{1}{3}} =$

$= \left(\frac{9\pi V^2}{\cos\alpha\sin^2\alpha}\right)^{\frac{1}{3}}$

$\bar{M} = \left(\frac{1}{\cos\alpha\sin^2\alpha}\right)^{\frac{1}{3}} = (\cos\alpha\sin^2\alpha)^{-\frac{1}{3}}$

$\bar{M}' = -\frac{1}{3}(\cos\alpha\sin^2\alpha)^{-\frac{4}{3}}(-\sin^3\alpha + 2\sin\alpha\cos^2\alpha)$

$\bar{M}'(\alpha) = 2\sin\alpha\cos^2\alpha - \sin^3\alpha = \sin\alpha(2\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) = 0 \ \Rightarrow 2 = \tan^2\alpha$

$\sqrt{2} = \tan\alpha$

$\alpha = \arctan\sqrt{2}$

$\underline{\alpha = 54{,}74°}$

$\bar{M}'' = \frac{4}{9}(\cos\alpha\sin^2\alpha)^{-\frac{7}{3}}(-\sin^3\alpha + 2\sin\alpha\cos^2\alpha)(-\sin^3\alpha + 2\sin\alpha\cos^2\alpha) -$

$-\frac{1}{3}(\cos\alpha\sin^2\alpha)^{-\frac{4}{3}}(-3\sin^2\alpha\cos\alpha + 2\cos^3\alpha - 4\sin^2\alpha\cos\alpha)$

$\bar{M}''(54{,}74°) = 1{,}34 > 0$ $\bar{M}$ bzw. M wird für $\underline{\alpha = 54{,}74°}$ relativ minimal.

$s^3 = \frac{3V}{\pi\cos^2\alpha\sin\alpha} \quad \Rightarrow \quad \underline{s = 3{,}039 \text{ m}}$

$r = s\cdot\cos\alpha = 3{,}039\cdot\cos 54{,}74° = \underline{1{,}754 \text{ m}}$

578. b) $l = \left(a + b\sqrt[3]{\frac{a}{b}}\right)\sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{2}{3}}}$ **c)** 6,054 m

579. a) $\frac{\omega}{2}$ **b)** 18,198 cm²

580. e) Von d) ergibt sich: $\frac{1}{\cos x} > \frac{\sin x}{x} > \cos x \mid \lim\limits_{x\to 0}(\ )$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1}{\cos x} > \lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} > \lim_{x\to 0}\cos x$$

$$1 > \lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} > 1$$

$$\Rightarrow \underline{\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1}$$

581. 45°

582. 78,69 %

583. a) 5,71° **b)** 5,71°

584. 39,7°

585. a) 140,53 ft

586. a) 7

b) $f'(x) = e^{x+2} \Rightarrow f'(-1) = e^{-1+2} = e = \underline{2{,}718}$ **c)** $-148{,}41$

587. a) 120,5 **b)** -3 **c)** 0,736

588. a) $-5{,}058$ **b)** $-0{,}184$

c) $f'(x) = -x^2e^{-x} + 2xe^{-x} \Rightarrow f'(2) = -2^2e^{-2} + 2 \cdot 2e^{-2} = -4e^{-2} + 4e^{-2} = \underline{0}$

589. a) $f'(x) = \frac{e^x(e^x+1)-e^x(e^x-1)}{(e^x+1)^2} = \frac{e^{2x}+e^x-e^{2x}+e^x}{(e^x+1)^2} = \frac{2e^x}{(e^x+1)^2}$

$f'(0) = \frac{2e^0}{(e^0+1)^2} = \frac{2}{(1+1)^2} = \underline{\frac{1}{2}}$

b) 0,071 **c)** $-0{,}1103$

590. a) 5,688 **b)** 27,308 **c)** 24,854

591. a) 0,42 **b)** 9,621 **c)** 0,076

592. a) 1 **b)** $\frac{2}{11}$ **c)** $-\frac{100}{49}$

593. a) $\frac{9}{5}$ **b)** $\frac{5}{3}$ **c)** $\frac{77}{260}$

594. a) $-\frac{1}{15}$ **b)** $\frac{7}{4}$ **c)** $\frac{1}{3}$

595. a) $-\frac{2}{3}$ **b)** $\frac{16}{3}$ **c)** $\frac{2}{3}$

596. a) 1 **b)** $-0{,}638$ **c)** 1

597. a) $-\frac{1}{3}$ **b)** $\frac{4}{3}$ **c)** $\frac{1}{8}$

598. a) $-0{,}347$ **b)** $-9{,}05 \cdot 10^{-3}$ **c)** ∞

599. a) 3 **b)** 1 **c)** 0,984

600. a) $2x^2 + xy - 3y^2 = 0 \Rightarrow 3y^2 - xy - 2x^2 = 0 \Rightarrow y_{1,2} = \frac{x \pm \sqrt{x^2+24x^2}}{6} = \frac{x \pm 5x}{6}$

$y_1 = x \Rightarrow \underline{y_1' = 1}, \; y_2 = -\frac{2}{3}x \Rightarrow \underline{y_2' = -\frac{2}{3}}$

b) $y = \pm\frac{3}{\sqrt{x^2+1}}, \; y' = \mp\frac{3x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

c) $y = 4 \pm \sqrt{16+x}, \; y' = \pm\frac{1}{2\sqrt{16+x}}$

601. a) $y = \pm\sqrt{25-x^2}, \; y' = \mp\frac{x}{\sqrt{25-x^2}}$

b) $y = \pm\sqrt{\frac{5}{x^2+3}}, \; y' = \mp\frac{x\sqrt{5(x^2+3)}}{(x^2+3)^2}$

c) $y = \pm\sqrt{\frac{x^4-1}{2x-1}}, \; y' = \pm\frac{3x^4-2x^3+1}{(2x-1)^2} \cdot \sqrt{\frac{2x-1}{x^4-1}}$

602. a) $\ln f(x) = \ln[(x-1)(x+2)]$

$$[\ln f(x)]' = [\ln(x-1) + \ln(x+2)]'$$

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+2} \qquad | \cdot f(x)$$

$$f'(x) = \left[\frac{x+2+x-1}{(x-1)(x+2)}\right] f(x)$$

$$f'(x) = \left[\frac{2x+1}{(x-1)(x+2)}\right](x-1)(x+2)$$

$$f'(x) = 2x+1 \Rightarrow f'(3) = \underline{7}$$

b) -1 **c)** $2x-2$

603. a) $\frac{5(x^2-6)}{(x^2+6)^2}$ **b)** $\frac{5}{2}$ **c)** $-0{,}105$

604. —

605. a) $y' = 3 \cdot 10^{3x+1} \ln 10 \ \Rightarrow\ f'(0) = 3 \cdot 10 \ln 10 = \underline{30 \ln 10}$

b) $-24 \ln 3$ **c)** $2a \ln a$

606. a) $uvwb^{5uvw} \ln b$ **b)** $12 \ln 2\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{4}$ **c)** $0{,}396$

607. a) $-98{,}54$ **b)** 0

c) $a^{a+1} \tan^2 a \left(\tan a \cdot \ln a + \frac{3}{\cos^2 a}\right)$

608. a) $-0{,}0779$ **b)** $3514{,}325$

c) $8{,}1716 \cdot 10^{13}$

609. a) $y' = -\frac{2}{\sqrt{x^2+1}}$ **b)** $y' = \frac{1}{x\sqrt{x+9}}$

c) $y' = -\frac{1}{x\sqrt{x+16}}$

610. a) $y' = -\frac{\tan x}{2}$ **b)** $y' = \frac{\cos^2 x \ln \cos x + \sin^2 x \ln \sin x}{\sin x \cos x \ln^2 \cos x}$

c) $-\frac{1}{\cos x}$

611. a) $y' = \frac{1}{x \ln x}$ **b)** $y' = \frac{1}{\tan x \ln \cos x}$

c) $y' = \frac{2}{\cos^2 x (1-\tan^2 x) \ln \frac{\tan x + 1}{1 - \tan x}}$

612. a) $y' = \frac{4 \ln^3 x}{x}$ **b)** $y' = -4 \tan x \ln \cos^2 x$

c) $y' = -\frac{2a^2 x}{a^4 - x^4} \ln \frac{a^2 - x^2}{a^2 + x^2}$

613. a) $y' = \frac{2+x}{x}$ **b)** $y' = 2x \ln \sin^2 x + \frac{2x^2}{\tan x}$

c) $y' = 3x^2 \ln(5x^2 e^{\frac{1}{x}}) + 2x^2 - x$

614. a) $y' = -e^{-x}(\cos 4x + 4 \sin 4x)$ **b)** $y' = 2e^{x^2} \tan 5x \left(x \tan 5x + \frac{5}{\cos^2 5x}\right)$

c) $y' = 2xa^{ax^2+1}(\ln a \sin^2 ax^2 + \sin 2ax^2)$

615. **a)** $y' = a^{\sin x} \cos x \ln^2 a$ **b)** $y' = a^{\cos x}\left(\frac{1}{x} - \sin x \ln x \ln a\right)$

c) $y' = 3x^2 a^{\tan^3 x^3} \ln^2 x^3 \left(3 + \ln x^3 + \frac{3x^3 \tan^2 x^3 \ln x^3 \ln a}{\cos^2 x^3}\right)$

616. **a)** $y' = -6 \cdot 2^{-3x} \cos 3x(x \ln 2 \cdot \cos 3x + \sin 3x)$

b) $y' = 2 \cdot 3^{-2x^2} \sin 3x(3 \cos 3x - 2x \ln 3 \cdot \sin 3x)$

c) $y' = -\frac{5x^2 e^{\sqrt{x}}}{8}\left(3 + \frac{\sqrt{x}}{2}\right)$

617. **a)** $y = x^x \Rightarrow \ln y = x \ln x$ | Differenzieren

$$\frac{y'}{y} = 1 + \ln x$$
$$y' = y(1 + \ln x)$$
$$y' = \underline{x^x(1 + \ln x)}$$

b) $y' = 2xe^{x^2}$ **c)** $y' = \frac{x^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}(2 + \ln x)$

d) $y' = \frac{\sqrt[x]{x}}{x^2}(1 - \ln x)$

618. **a)** $y' = (e^x - e^{-x})^x \left(x \cdot \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} + \ln(e^x - e^{-x})\right)$ **b)** $y' = -\frac{1}{4x\sqrt[4]{x}}$

c) $y' = x^{\sin x}\left(\cos x \ln x + \frac{\sin x}{x}\right)$ **d)** $y' = x^{\cos x}\left(\frac{1 + \ln x \cos x - x \sin x \ \ln^2 x}{x}\right)$

619. P(2,309, 3,542)

620. **a)** $D = \mathbb{R}^+$, Lücke: $x = 0$, keine Polstelle, keine Asymptote, N(1, 0), $T\left(\frac{1}{e}, -\frac{1}{e}\right)$, kein Wendepunkt, keine Wendetangente

b) $D = \mathbb{R}^+$, Lücke: $x = 0$, keine Polstelle, keine Asymptote, N(1, 0), $H\left(\frac{1}{e^2}, \frac{4}{e^2}\right)$, $W\left(\frac{1}{e}, \frac{1}{e}\right)$, t: $y = -x + \frac{2}{e}$

c) $D = \mathbb{R}^+$, Polstelle: $x = 0$, keine Lücke, Asymptote: $x = 0$, N(1, 0), keine Extrema, kein Wendepunkt, keine Wendetangente

d) $D = \mathbb{R}\backslash\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leqslant x \leqslant 1\}$, Polstellen: $x = \pm 1$, Asymptoten: $x = \pm 1$, $N_1(\sqrt{2}, 0)$, $N_2(-\sqrt{2}, 0)$, keine Extrema, kein Wendepunkt, keine Wendetangente

e) $D = \mathbb{R}$, keine Lücke, keine Polstelle, Asymptote: $y = 0$, N(0, 0), $T\left(-1, -\frac{1}{e}\right)$, $W\left(-2, -\frac{2}{e^2}\right)$, t: $y = \frac{1}{e^2}(-x + 4)$

f) $D = \mathbb{R}$, keine Lücke, keine Polstelle, Asymptote: $y = 0$, N(0, 0), $H\left(1, \frac{2}{e}\right)$, $W\left(2, \frac{4}{e^2}\right)$, t: $y = \frac{2}{e^2}(-x + 4)$

g) $D = \mathbb{R}$, keine Lücke, keine Polstelle, Asymptote: $y = 0$, N(1, 0), N(−1, 0), T(−0,414, −1,25), H(2,414, 0,432), W_1(3,732, 0,3095), W_2(0,268, −0,71), t_1: $y = -0{,}131x + 0{,}798$, t_2: $y = 1{,}12x - 1{,}01$

h) $D = \mathbb{R}\backslash\{-1\}$, Polstelle: $x = -1$, keine Lücke, Asymptoten: $x = -1$, $y = 0$, kein Nullstelle, T(0, 0,5), kein Wendepunkt, keine Wendetangente

621. **a)** 1000 **b)** Man kann $\underline{B^3}$ Zahlen darstellen. Allgemein gilt $\underline{v = B^n}$.

c) 30 d) $R = nB$ e) $B = e$

622. 37,66 cm

623. $x = 2,36$

624. a) 34,035° b) ja c) 4176,47 $Jkg^{-1}K^{-1}$

625. a) $\frac{k\omega-\phi}{2}$ $(k \in \mathbb{Z})$ b) $\frac{U_0 I_0}{2}(\cos\phi \pm 1)$

626. A(0,22, 0,178)

627. a) 0 b) 0

c) $s_k = \frac{-R^2(5x_1-x_2)-R^2\sqrt{25x_1^2+x_2^2-22x_1x_2}}{2x_1^2x_2}$ d) ja

628. a) 1 b) $\Omega_1 = -\sqrt{2a-1},\ \Omega_2 = \sqrt{2a-1}$

c) $\Omega_{H1} = -\sqrt{a-\frac{1}{2}},\ \Omega_{H2} = \sqrt{a-\frac{1}{2}},\ P_1\left(-\sqrt{a-\frac{1}{2}},\ \frac{2a}{\sqrt{4a-1}}\right),$

$P_2\left(\sqrt{a-\frac{1}{2}},\ \frac{2a}{\sqrt{4a-1}}\right)$

d) $\Omega_1 = \Omega_{H1}\sqrt{2},\ \Omega_2 = \Omega_{H2}\sqrt{2}$

e) $a > \frac{1}{2},\ a < \frac{1}{2} \Rightarrow (0,\ 1)$ Hochpunkt, $a > \frac{1}{2} \Rightarrow (0,\ 1)$ ist Tiefpunkt

f) $W = \frac{2a}{\sqrt{4a-1}} - 1$ g) 0

h)

a	$\Omega_{1,2}$	$\Omega_{H1,2}$	v_H	w
0,5	0	0	1	0
1	±1	±0,71	1,15	15%
2	±1,73	±1,22	1,5	51%

629. a) 39,34°

630. 45°

631. 80 cm

632. a) (1) $\frac{Fl^3}{384EI}$, (2) $\frac{4Fl^3\sqrt{5}}{1875EI}$, (3) $\frac{Fl^3\sqrt{5}}{240EI}$, (4) $\frac{Fab^2}{6EI}\sqrt{\frac{a}{a+2l}}$

(5) $\frac{Fl^3b^2}{21^2EI}\left(\frac{20\,736a^5l^4}{(l+2a)^4(1+4l)^5}\right)$

b) (1) $W_1\left(\frac{3+\sqrt{3}}{6}l,\ \frac{Fl^3}{864EI}\right),\ W_2\left(\frac{3-\sqrt{3}}{6}l,\ \frac{Fl^3}{864EI}\right)$

(2) $W_1\left(l\sqrt{\frac{3}{5}},\ \frac{0,1239Fl^3}{60EI}\right),\ W_2(0,\ 0)$ (3) $W_1(0,\ 0), W_2\left(\frac{8l}{11},\ \frac{9Fl^3}{1936EI}\right)$

(4) $W_1(0,\ 0),\ W_2\left(\frac{2l^3}{3l^2-a^2},\ \frac{Fa(l^2-a^2)^3}{6EI(3l^2-a^2)}\right)$ (5) $W_1(0,\ 0),\ W_2\left(\frac{2l^2+3lb}{2(l+2b)},\ \frac{5Fa^2b^3}{8EI(1+2b)^2}\right)$

c) (1) $k_1 = -\frac{0{,}1924Fl^2}{24EI}$, $k_2 = \frac{0{,}1924Fl^2}{24EI}$ (2) $k_1 = -\frac{Fl^2}{75EI}$, $k_2 = \frac{Fl^2}{60EI}$

(3) $k_1 = \frac{Fl^2}{32EI}$, $k_2 = -\frac{9Fl^2}{352EI}$ (4) $k_1 = \frac{Fab^2}{4EIl}$, $k_2 = -\frac{Fal(l^2-a^2)}{4EI(3l^2-a^2)}$

(5) $k_1 = 0$, $k_2 = -\frac{Fa^2b^2}{8EI(l+2b)}$

633. $h = 49{,}5$ cm

634. $t_{max} = 3{,}965°$ C, $\rho_{max} = 999{,}97\,\frac{kg}{m^3}$

635. $9{,}81\,\frac{m}{s}$, $4{,}905\,m$

636. 45°

637. HB: $\ell(x) = \ell_1 + \ell_2 = \sqrt{p^2 + x^2} + \sqrt{(a-x)^2 + q^2}$
Aus $\ell'(x) = 0$ folgt mit Umformung: $\sin\alpha - \sin\beta = 0 \Rightarrow \alpha = \beta$

638. Aus HB: $t(x) = \frac{\ell_1}{c_1} + \frac{\ell_2}{c_2}$ folgt analog $\frac{\sin\alpha}{c_1} - \frac{\sin\beta}{c_2} = 0 \Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2}$

639. a) $\frac{1{,}1923 \cdot 10^{-48}}{T}$ m b) $1{,}1923 \cdot 10^{-48}$ mK c) $1{,}9872 \cdot 10^{-52}$ m

640. b) $t = \frac{k\pi}{\omega}$ c) $t = \frac{\pi}{2\omega} + \frac{k\pi}{\omega} (k \in Z)$ f) δT

641. $\frac{3\sqrt[3]{3}d}{1+3\sqrt[3]{3}}$

642. a) $x = \sin y$ b)c) $\frac{dx}{dy} = \sqrt{1-x^2}$ d) $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, weil $-1 \leqslant \sin y \leqslant 1$

643. b) $k\pi$
c) $T(k\pi, 0)$, $H_1(4{,}493,\ 0{,}047I_{max})$, $H_2(0,\ I_{max})$, $H_3(-4{,}493,\ 0{,}047I_{max})$
d) 2,782 rad

644. —

645. a) $w_r = 100\left(1 - \sqrt{\frac{P_W(0)}{P_N}}\right)\%$ b) $\bar{w}_r = 100\left(1 - \sqrt{\frac{P_W(0)}{P_N+2RA}}\right)\%$

646. $\left(\frac{nA}{B}\right)^{\frac{1}{n+1}}$

647. b) $d_{opt} = \frac{1}{S}\left(\sqrt{\frac{35{,}04(T_i-T_a)t.E.S}{D}} - 1\right)$ $K(d) = \frac{70{,}08(T_i-T_a)t.E - \sqrt{\frac{35{,}04(T_i-T_a)t.E.D}{S}}}{\sqrt{\frac{35{,}04(T_i-T_a)t.E.S}{D}}}$

c) $d = 8{,}985$ cm, $K = 189{,}91$ Euro/m^2

648. a) $a = \frac{K(200+p)}{200PD-pK}$

649. $T_a = 0{,}9°$ C

650. a) $3413{,}33 \cdot 10^6\,m^3$ b) $-40,\ 320,\ 300$ c) 3,618 d d) $1087{,}3 \cdot 10^6\,m^3$

651. a) $\frac{x^{10}}{10} + C$ b) $\frac{x^6}{2} + C$ c) $\frac{x^8}{32} + C$ d) $\frac{x^6}{10} + C$

652. a) $x + C$ b) $x + C$ c) $3x + C$ d) $6x + C$

653. a) $\ln|x| + C$ b) $-\frac{3}{x} + C$ c) $-\frac{1}{2x} + C$ d) $-\frac{5}{16x^4} + C$

654. a) $\frac{2x\sqrt{x}}{3} + C$ b) $\frac{4x^2\sqrt{x}}{5} + C$ c) $\frac{8x\sqrt{x}}{15} + C$ d) $\frac{5x\sqrt[5]{x^2}}{3} + C$

655. **a)** $10\sqrt{x} + C$ **b)** $\frac{12\sqrt[8]{x}}{7} + C$ **c)** $-\frac{6}{5\sqrt{x}} + C$ **d)** $\frac{20\sqrt[4]{27x^3}}{63} + C$

656. **a)** $\frac{x^2}{2} + 3x + C$ **b)** $5x - \frac{2x\sqrt{3x}}{3} + C$ **c)** $\frac{1}{2}\ln|x| + \frac{1}{x} + C$ **d)** $5x - \ln|x| + C$

657. **a)** $-\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x + C$ **b)** $-\frac{x^3}{3} + x^2 + \frac{5x\sqrt{x}}{6} - x + C$
c) $-\frac{2x^3\sqrt{x}}{7} + \frac{x^3}{8} + 2x + C$

658. **a)** $3x + \frac{4}{x} + 2\ln|x| + C$ **b)** $\frac{8x^2\sqrt{x}}{5} + \frac{9\sqrt[3]{x^2}}{2} + \frac{3}{4}\ln|x| + C$
c) $3\sqrt{14x} - 2\sqrt{2}x + \frac{5\sqrt{2}x^2}{4} + C$

659. **a)** $\frac{1}{6}$ **b)** $\frac{65}{2}$ **c)** $\frac{56}{15}$ **d)** $-\frac{203}{3}$

660. **a)** -1 **b)** -1 **c)** 4 **d)** 7

661. **a)** $1{,}22$ **b)** $\frac{1}{5}$ **c)** 4 **d)** 9

662. **a)** $\frac{28}{3}$ **b)** $\frac{4}{9}$ **c)** $\frac{16}{7}$ **d)** $\frac{372}{25}$

663. **a)** 6 **b)** $\frac{1}{2}$ **c)** $-\frac{2}{9}$ **d)** 120

664. **a)** 4 **b)** $-\frac{31}{3}$ **c)** $-2{,}93$ **d)** $2{,}273$

665. **a)** 188 **b)** $-\frac{619}{6}$ **c)** $-1{,}4$

666. **a)** $8{,}83$ **b)** $9{,}8$ **c)** $251{,}023$

667. Der Unterschied zwischen $\int_0^1 ax^2\,dx$ und $\int_0^1 ax^2\,da$ liegt in der Integrationsvariablen „dx" bzw. „da". Im ersten Term ist der Integrand $f(x) = ax^2$ (mit a als Konstanten und x als Variablen), im zweiten ist der Integrand $f(a) = ax^2$ (mit a als Variablen und x als Konstanten) zu integrieren.

$$\int_0^1 ax^2\,dx = a\int_0^1 x^2\,dx = a\left[\frac{x^{2+1}}{2+1}\right]_0^1 = a\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1 = a(\tfrac{1}{3} - 0) = \underline{\tfrac{a}{3}}$$

$$\int_0^1 ax^2\,da = x^2\int_0^1 a\,da = x^2\left[\frac{a^{1+1}}{1+1}\right]_0^1 = x^2\left[\frac{a^2}{2}\right]_0^1 = x^2(\tfrac{1}{2} - 0) = \underline{\tfrac{x^2}{2}}$$

668. **a)** $\frac{z}{3}$ **b)** $\frac{y^2}{2}$ **c)** $\frac{7}{3b^2}$

d) $\int_1^2 \frac{a^2}{b^2}\,db = a^2\int_1^2 b^{-2}\,db = a^2\left[\frac{b^{-2+1}}{2+1}\right]_1^2 = a^2\left[-\frac{1}{b}\right]_1^2 = a^2(-\frac{1}{2} + 1) = \underline{\frac{a^2}{2}}$

669. **a)** $\frac{91}{3} - \frac{7d}{2}$

b) $\int_{-3}^4 c(c-d)\,dd = c^2 \cdot \int_{-3}^4 1 \cdot dd - c \cdot \int_{-3}^4 d \cdot dd = c^2[d]_{-3}^4 - c\left[\frac{d^2}{2}\right]_{-3}^4$

$$= c^2(4+3) - c(\tfrac{16}{2} - \tfrac{9}{2}) = 7c^2 - \tfrac{7}{2}c = \underline{7c(c - \tfrac{1}{2})}$$

c) $7(n^2 + n + \frac{13}{3})$ **d)** $7(m^2 + m + \frac{13}{3})$

670. **a)** $\frac{1}{2}(b-a)(b+a+2s)$ **b)** $\frac{1}{2}(b-a)(b+a+2r)$

c) $-\frac{2}{3}(N\sqrt{-N}+M\sqrt{M})-\sqrt{v}(N+M)$

d) $-\frac{2}{3}(N\sqrt{-N}+M\sqrt{M})-\sqrt{u}(N+M)$

671. a) xy

b) $(\alpha+\beta)^2\ln|\frac{\phi}{\omega}|$

c) 0

d) 0

672. a) $\{5\}$

b)
$$\int_0^x p\,dp = 7$$
$$\left[\frac{p^2}{2}\right]_0^x = 7$$
$$\frac{x^2}{2} = 7 \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{14}$$
$$\underline{\{L = \sqrt{14},\ -\sqrt{14}\}}$$

c) $\{3\}$

d) $\{\sqrt[5]{60}\}$

673. a) $\left\{\frac{5+\sqrt{21}}{2},\ \frac{5-\sqrt{21}}{2}\right\}$ **b)** $\{2\}$ **c)** $\{1\}$ **d)** $\{3\}$

674. a) $\{\sqrt{5},\ -\sqrt{5}\}$

b) $\{-392,\ 8\}$

c)
$$\int_2^5 \frac{h^3}{4}\,dh = 3\int_3^x \frac{g}{4}\,dg$$
$$\left[\frac{h^4}{16}\right]_3^5 = 3\left[\frac{g^2}{8}\right]_3^x$$
$$\frac{625}{16}-\frac{81}{16} = 3\left(\frac{x^2}{8}-\frac{9}{8}\right) \mid \cdot 16$$
$$544 = 6(x^2-9)$$
$$598 = 6x^2$$
$$\frac{299}{3} = x^2 \Rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{299}{3}}$$
$$\underline{L = \left\{\sqrt{\frac{299}{3}},\ -\sqrt{\frac{299}{3}}\right\}}$$

d) $\{2,\ -6\}$

675. a) $\{-2,\ 1,\ 3,\ 4\}$

b) $\{3,\ 1,\ -1,\ -2\}$

676. a) $A = \int_b^a f(x)\,dx$ bzw. $A = -\int_a^b f(x)\,dx$

b) $A = 2\int_o^c g(x)\,dx$

c) $A = -\int_o^d h(x)\,dx + \int_d^o h(x)\,dx$

d) $A = 2\int_f^g i(x)\,dx$

677. a) $A = \int_i^h j(x)\,dx$

b) $A = -2\int_o^j k(x)\,dx$

c) $A = -\int_l^m o(x)\,dx + 2\int_m^n o(x)\,dx$

d) $A = \int_o^p t(x)\,dx - \int_p^q t(x)\,dx + \int_q^r t(x)\,dx - \int_r^s t(x)\,dx$

678. a) 25 FE

b) 9 FE

679. a) 8 FE

b) $\frac{59}{24}$ FE

680. a) $\frac{76}{3}$ FE

b) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ FE

681. a) 1 FE

b) $\frac{11}{6}$ FE

682. a) (1) Grafische Veranschaulichung:

(2) Nullstellen:

Sämtliche Teiler des absoluten Gliedes „–4" kommen als mögliche ganzzahlige Nullstellen in Frage:

1. Nullstelle: $x_1 = -1$

$$\begin{array}{l}(x^3 + x^2 - 4x - 4) : (x+1) = x^2 - 4 \\ \underline{-(x^3 + x^2)} \\ \qquad - 4x - 4 \\ \qquad \underline{-(-4x - 4)} \\ \qquad\qquad 0\end{array}$$

$\Rightarrow y = (x+1)(x^2 - 4)$

$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x_2 = 2,\ x_3 = -2$ weitere Nullstellen

(3) Unterteilung des Integrationsbereiches nach den Nullstellen:

$$A = \int_{-2}^{-1} (x^3 + x^2 - 4x - 4)\,dx + \int_{1}^{-1} (x^3 + x^2 - 4x - 4)\,dx =$$

$$= \left[\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - 2x^2 - 4x\right]_{-2}^{-1} + \left[\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - 2x^2 - 4x\right]_{1}^{-1} =$$

$$= \left[\left(\tfrac{1}{4} - \tfrac{1}{3} - 2 + 4\right) - \left(4 - \tfrac{8}{3} - 8 + 8\right)\right] + \left[\left(\tfrac{1}{4} - \tfrac{1}{3} - 2 + 4\right) - \left(\tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{3} - 2 - 4\right)\right] =$$

$$= \frac{95}{12} \Rightarrow \underline{A = \frac{95}{12}\ \text{FE}}$$

b) $\frac{184}{9}$ FE

683. a) (1) Grafische Veranschaulichung:

(2) Nullstellen:

Sämtliche Teiler des absoluten Gliedes „–3" kommen als mögliche ganzzahlige Nullstellen in Frage:

1. Nullstelle: $x_1 = -1$

$$\begin{array}{l}(3x^3 - 7x^2 - 7x + 3) : (x+1) = 3x^2 - 10x + 3 \\ \underline{-(3x^3 + 3x^2)} \\ \qquad -10x^2 - 7x \\ \qquad \underline{-(-10x^2 - 10x)} \\ \qquad\qquad 3x + 3 \\ \qquad\qquad \underline{-(3x + 3)} \\ \qquad\qquad\qquad 0\end{array}$$

$\Rightarrow y = \frac{1}{4}(x+1)(3x^2 - 10x + 3)$

$3x^2 - 10x + 3 = 0 \Rightarrow x_2 = 3,\ x_3 = \frac{1}{3}$ weitere Nullstellen

(3) Unterteilung des Integrationsbereiches nach den Nullstellen:

$$A = \int_{-1}^{\frac{1}{3}} \frac{1}{4}(3x^3 - 7x^2 - 7x + 3)\,dx + \int_{2}^{\frac{1}{3}} \frac{1}{4}(3x^3 - 7x^2 - 7x + 3)\,dx =$$

$$= \tfrac{1}{4}\left[\tfrac{3x^4}{4} - \tfrac{7x^3}{3} - \tfrac{7x^2}{2} + 3x\right]_{-1}^{\frac{1}{3}} + \tfrac{1}{4}\left[\tfrac{3x^4}{4} - \tfrac{7x^3}{3} - \tfrac{7x^2}{2} + 3x\right]_{2}^{\frac{1}{3}} =$$

$$= \tfrac{1}{4}\left[\left(\tfrac{1}{108} - \tfrac{7}{81} - \tfrac{7}{18} + 1\right) - \left(\tfrac{3}{4} + \tfrac{7}{3} - \tfrac{7}{2} - 3\right)\right] +$$

$$+\tfrac{1}{4}\left[\left(\tfrac{1}{108} - \tfrac{7}{81} - \tfrac{7}{18} + 1\right) - \left(12 - \tfrac{56}{3} - 14 + 6\right)\right] = \tfrac{6205}{1296} \Rightarrow \underline{A = \tfrac{6205}{1296}\text{ FE}}$$

b) $\frac{49}{16}$ FE

684. a) 2 FE

b) A_1..... Fläche jenes Quadrates, das zwischen $x = -2$, $x = 2$, x-Achse und $y = 4$ liegt.

$A_1 = 4 \cdot 4 = 16 \Rightarrow A_1 = 16$ FE

$A = A_1 - \int_{-2}^{2} x^2\,dx = 16 - \left[\frac{x^3}{3}\right]_{-2}^{2} = 16 - \frac{8}{3} + (-\frac{8}{3}) = \frac{32}{3} \Rightarrow \underline{A = \frac{32}{3}\text{ FE}}$

c) $\frac{16}{3}$ FE **d)** $\frac{16}{3}$ FE

685. a) $\frac{8}{3}$ FE **b)** 12,23 FE **c)** $\frac{8}{3}$ FE **d)** 18 FE

686. a) $\int_b^a [f(x) - g(x)]\,dx$ **b)** $\int_o^c [h(x) - i(x)]\,dx$

c) $\int_e^d j(x)\,dx + \int_d^f k(x)\,dx$ **d)** $\int_o^g [m(x) - l(x)]\,dx$

687. a) $\int_i^h [o(x) - n(x)]\,dx$ **b)** $2\int_o^j [p(x) - q(x)]\,dx$

c) $2\left(\int_k^o r(x)\,dx - \int_k^l s(x)\,dx\right)$ **d)** $2\int_o^m u(x)\,dx + \int_m^n [u(x) - t(x)]\,dx$

688. a) 1,5 FE **b)** $\frac{8}{3}$ FE

689. a) $\frac{125}{6}$ FE **b)** $\frac{32}{3}$ FE

690. a) $\frac{9}{2}$ FE **b)** $\frac{125}{6}$ FE

691. a) $\frac{343}{6}$ FE **b)** $\frac{125}{6}$ FE

692. a) $\frac{125}{24}$ FE **b)** $\frac{1125}{8}$ FE

693. a) $\frac{22}{3}$ FE **b)** $\frac{16}{3}$ FE

694. a) (1) Es entsteht ein liegender gerader Kreiskegel mit der Spitze im Koordinatenursprung.

(2) Es entsteht ein auf der Spitze stehender gerader Kreiskegel mit der Spitze im Koordinatenursprung.

b) (1) Es entsteht ein liegender gerader Kreiskegelstumpf.
(2) Es entsteht ein auf der Spitze stehender gerader Kreiskegel.

c) (1) Es entsteht eine Halbkugel. (2) Es entsteht eine Halbkugel.

d) (1) Es entsteht eine Kugel. (2) Es entsteht eine Halbkugel.

695. a) (1) Es entsteht ein liegender gerader Kreiskegel.
(2) Es entsteht ein auf der Deckfläche stehender gerader Kreiskegelstumpf.

b) (1) Es entsteht eine Halbkugel. (2) Es entsteht eine Kugel.

c) (1) Es entsteht ein Kugelsegment. (2) Es entsteht ein Ring.

d) (1) Es entsteht ein liegender Doppelkegel mit der Spitze im Koordinatenursprung.
(2) Es entsteht ein auf der Grundfläche stehender Doppelkegel mit der Spitze im Koordinatenursprung.

696. a) 78π VE **b)** $\frac{2}{3}\pi$ VE

697. a) 8π VE **b)** $\frac{6\sqrt{3}}{5}\pi$ VE

698. a) $\frac{28}{15}\pi$ VE **b)** $\frac{81}{2}\pi$ VE

699. a) $\frac{3376}{3}\pi$ VE **b)** 24π VE

700. a) $\frac{1015}{16}\pi$ VE **b)** 8π VE

701. a) $27{,}9\pi$ VE **b)** $9{,}6\pi$ VE

702. a) $\frac{1408}{15}\pi$ VE **b)** $23{,}4\pi$ VE

703. a) (1) Grafische Veranschaulichung:

(2) Schnittpunkte: $\sqrt{2x+6} = \sqrt{4x}$

$$2x + 6 = 4x$$

$$x = 3; \quad y = 2\sqrt{3}$$

(3) Nullstellen: $\sqrt{4x} = 0$ $\qquad$ $\sqrt{2x+6} = 0$

$$x = 0 \qquad 2x + 6 = 0$$

$$x = -3$$

$$N_1(0,\ 0) \qquad N_2(-3,\ 0)$$

$$V_x = \pi \cdot \int_{-3}^{3} (2x+6)\,dx - \pi \cdot \int_{0}^{3} 4x\,dx = \pi[x^2 + 6x]_{-3}^{3} - \pi\left[2x^2\right]_0^3 =$$

$$= \pi(9 + 18 - 9 + 18 - 18 + 0) = 18\pi \Rightarrow \underline{V_x = 18\pi \text{ VE}}$$

b) $\frac{100}{3}\pi$ VE

704. **a)** (1) Grafische Veranschaulichung:

(2) Schnittpunkte: $\sqrt{2x} = \sqrt{6-x}$

$2x = 6 - x$

$x = 2; \qquad y = 4$

(3) Nullstellen: $\sqrt{2x} = 0 \qquad \sqrt{6-x} = 0$

$x = 0 \qquad 6 - x = 0$

$x = 6$

$N_1(0, 0) \qquad N_2(6, 0)$

$$V_x = \pi \cdot \int_0^2 2x\,dx + \pi \cdot \int_2^6 (6-x)\,dx = \pi\left[x^2\right]_0^2 + \pi\left[6x - \tfrac{x^2}{2}\right]_2^6 =$$

$$= \pi(4 - 0 + 36 - 18 - 12 + 2) = 12\pi \Rightarrow \underline{V_x = 12\pi \text{ VE}}$$

b) $\frac{14}{3}\pi$ VE

705. **a)** $\overline{F_n} = (b-a)\left[a^2 + a(b-a)\cdot\left(1+\frac{1}{n}\right) + (b-a)^2\cdot\frac{1}{6}\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(2+\frac{1}{n}\right)\right]$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \overline{F_n} = \frac{b^3}{3} - \frac{a^3}{3}$ **c)** $\int_a^b x^2\,dx = \frac{b^3}{3} - \frac{a^3}{3}$

706. **a)** $\lim\limits_{\Delta x\to 0} \frac{F(z,\,x+\Delta x)-F(z,\,x)}{\Delta x} = \underline{\frac{dF(z,\,x)}{dx} = f(x)}$ **b)** $A = F(b) - F(a)$

707. **a)** $\overline{F_n} = \frac{b-a}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} g_i$ **b)** —

c) $\int_a^b x^2\,dx = \frac{b^3}{3} - \frac{a^3}{3}$ **d)** $\int_a^b -x^2\,dx = \frac{a^3}{3} - \frac{b^3}{3}$

708. —

709. **a)** $\overline{V_n} = \pi\sum\limits_{i=0}^{n} g_i^2\,\Delta y$ **b)** $\underline{V_n} = \pi\sum\limits_{i=0}^{n} k_i^2\,\Delta y$ **c)** $V_y = \pi\int_{y_1}^{y_2} x^2\,dy$

710. —

711. **a)** mit Hilfe des Mittelwertsatzes: 6,5 FE, exakter Wert: 4,16 FE

b) mit Hilfe des Mittelwertsatzes: 16 FE, exakter Wert: 4 FE

712. **a)** wahr, Begründung: $\int a\cdot f(x)\,dx = a\int f(x)\,dx \Leftrightarrow \frac{d}{dx}\int a\cdot f(x)\,dx = a\frac{d}{dx}\int f(x)\,dx \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a\cdot f(x) = a\cdot f(x)$

b) falsch **c)** wahr **d)** wahr **e)** wahr **f)** wahr **g)** falsch **h)** wahr

713. **a)** bestimmtes **b)** kann nicht **c)** 0 **d)** Stammfunktion

e) unendlich **f)** stets nicht negativ **g)** stets nicht negativ **h)** $\left|\int_a^b y\,dx\right|$

714. **a)** $F(x) = 2x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 2x + 5$ **b)** $F(x) = 3\ln|x| + 2\ln 2$

c) $F(x) = \frac{3x\sqrt[3]{2x}}{4} + 9$ **d)** $F(x) = 6\sqrt{x}$

715. **a)** $F(x) = \frac{5x^3+6x^2+3x-7}{7x^2}$ **b)** $F(x) = \frac{4x^2}{3} - 4x + 2\ln|x| + \frac{1}{3x} + 3$

c) $F(x) = \frac{3\sqrt[3]{x^2}}{2} - 3\sqrt[3]{x} + 3$ **d)** $F(x) = \frac{2x\sqrt{x}}{3} + 2\sqrt{x} + x + \ln|x| + \frac{4}{3}$

716. **a)** $\frac{1}{2}$ FE **b)** $\frac{3}{2}$ FE **c)** 150 FE **d)** $\frac{1}{2}$ FE **e)** 20 FE **f)** 56 FE **g)** 13 FE **h)** 25,5 FE

717. a) $\frac{16}{3}$ FE b) $\frac{40}{3}$ FE c) $\frac{16}{3}$ FE d) $\frac{1}{2}$ FE
e) 4,876 FE f) $\frac{49}{6}$ FE g) $\frac{17}{3}$ FE h) $\frac{34}{3}$ FE

718. a) $\frac{125}{6}$ FE b) $\frac{32}{3}$ FE c) $\frac{243}{2}$ FE d) $\frac{125}{12}$ FE
e) $\frac{8}{3}$ FE f) $\frac{64}{3}$ FE g) 24 FE h) $\frac{1}{3}$ FE

719. a) $\frac{32}{3}$ FE b) $\frac{8}{3}$ FE c) $\frac{71}{6}$ FE d) 8 FE
e) $\frac{1}{3}$ FE f) 6 FE g) 2,25 FE h) $\frac{3}{2}$ FE

720. $-\frac{1}{32}, \frac{1}{2}$ bzw. $\frac{1}{32}, -\frac{1}{2}$

721. 72 FE

722. $72\sqrt{2}$ FE

723. 36 FE

724. a) $\frac{125}{6}$ FE b) 36 FE c) $\frac{1}{3}$ FE d) 18 FE
e) $\frac{9}{2}$ FE f) 9 FE g) $\frac{16}{3}$ FE h) $\frac{52}{21}$ FE

725. $x = 2\sqrt[4]{8}$

726. $y = 1$

727. 2

728. a) $\int\limits_0^x x^2\,dx = A_1$

$$\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^x = 4$$

$$\frac{x^3}{3} = 4 \Rightarrow x^3 = 12 \Rightarrow \underline{x = \sqrt[3]{12}}$$

b) $3\sqrt[3]{4}$ c) $x = \sqrt{3}$

729. $\frac{7}{12}$ FE

730. 9,412, −1,912, 0

731. 1

732. 18 FE

733. $W = 100k \cdot \ln\left|\frac{V_2}{V_1}\right|$

734. a) $\frac{7}{3}\pi$ VE b) 1008π VE c) $\frac{52}{3}\pi$ VE d) $\frac{26}{3}\pi$ VE
e) $\frac{32}{5}\pi$ VE f) $\frac{28}{15}\pi$ VE g) $\frac{4096}{7}\pi$ VE h) $\frac{481}{30}\pi$ VE

735. a) $\pi\ln 2$ VE b) 120π VE c) 27π VE d) $\frac{2145}{4}\pi$ VE
e) 120π VE f) 100π VE g) 24π VE h) $\frac{533}{10}$ VE

736. **a)** $\frac{512}{15}\pi$ VE **b)** $\frac{5184}{5}\pi$ VE **c)** $\frac{80\sqrt{5}}{3}\pi$ VE **d)** $\frac{2048}{15}\pi$ VE
e) $\frac{81}{10}\pi$ VE **f)** $\frac{625}{162}\pi$ VE **g)** $\frac{\pi}{240}$ VE **h)** $\frac{81}{80}\pi$ VE

737. **a)** $\frac{\pi}{30}$ VE **b)** $\frac{\pi}{30}$ VE **c)** $\frac{1296}{5}\pi$ VE **d)** $\frac{16\,384}{15}\pi$ VE

738. **a)** $\frac{16\,807}{30}\pi$ VE **b)** $\frac{19\,683}{10}\pi$ VE **c)** $\frac{10\,000}{3}\pi$ VE **d)** $\frac{161\,051}{30}\pi$ VE

739. **a)** (1) Grafische Veranschaulichung:

(2) Nullstellen:

$$x^3 - 6x^2 + 9x = 0$$
$$x(x^2 - 6x + 9) = 0$$

1. Nullstelle: $x = 0$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$
$$(x-3)^2 = 0$$

weitere Nullstelle: $x = 3$

$$V_x = \pi\int_0^3 y^2\,dx = \pi\int_0^3 (x^3-6x^2+9x)^2\,dx = \pi\int_0^3 (x^6-12x^5+54x^4-108x^3+81x^2)\,dx =$$
$$= \pi\left[\frac{x^7}{7} - 2x^5 + \frac{54x^5}{5} - 27x^4 + 27x^3\right]_0^3 =$$
$$= \pi\left(\frac{2187}{7} - 1458 + \frac{13\,122}{5} - 2187 + 729\right) = \frac{729}{35}\pi \Rightarrow \underline{V_x = \frac{729}{35}\pi \text{ FE}}$$

b) $\frac{\pi}{105}$ VE **c)** $\frac{143\,856}{105}\pi$ VE **d)** $\frac{5632}{105}\pi$ VE

740. **a)** $\frac{1\,370\,000}{21}\pi$ VE **b)** $\frac{720\,896}{105}\pi$ VE **c)** $\frac{1\,370\,000}{21}\pi$ VE **d)** $\frac{33\,614}{15}\pi$ VE

741. **a)** (1) Grafische Veranschaulichung:

(2) Nullstellen:

Sämtliche Teiler des absoluten Gliedes „−4“ kommen als mögliche ganzzahlige Nullstellen in Frage:

1. Nullstelle: $x = -1$

$$(x^3 + x^2 - 4x - 4) : (x + 1) = x^2 - 4$$
$$\underline{-(x^3 + x^2)}$$
$$-4x - 4$$
$$\underline{-(-4x - 4)}$$
$$0$$

$y = (x+1)(x^2-4)$

$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$ weitere Nullstellen

$$V_x = \pi \int_{-2}^{2} y^2\,dx = \pi \int_{-2}^{2} (x^3 + x^2 - 4x - 4)^2\,dx =$$

$$= \pi \int_{-2}^{2} (x^6 + 2x^5 - 7x^4 - 16x^3 + 8x^2 + 32x + 16)\,dx =$$

$$= \pi \left[\frac{x^7}{7} + \frac{x^6}{3} - \frac{7x^5}{5} - 4x^4 + \frac{8x^3}{3} + 16x^2 + 16x\right]_{-2}^{2} =$$

$$= \pi \left[\left(\frac{128}{7} + \frac{64}{3} - \frac{224}{5} - 64 + \frac{64}{3} + 64 + 32\right) - \right.$$

$$\left. - \left(-\frac{128}{7} + \frac{64}{3} + \frac{224}{5} - 64 - \frac{64}{3} + 64 - 32\right)\right] = \cdots = \frac{5632}{105}\pi$$

$$\underline{V_x = \frac{5632}{105}\pi}$$

b) $\frac{162}{35}\pi$ VE **c)** $\frac{47\,952}{35}\pi$ VE **d)** $\frac{128}{105}\pi$ VE

742. a) $\frac{2500}{21}\pi$ VE

b) (1) Grafische Veranschaulichung:

(2) Nullstellen:

Sämtliche Teiler des absoluten Gliedes „3“ kommen als mögliche ganzzahlige Nullstellen in Frage:

1. Nullstelle: $x = 1$
2. Nullstelle: $x = -1$

$$(x^3 - 3x^2 - x + 3) : (x^2 - 1) = x - 3$$
$$\underline{-(x^3 \qquad - x)}$$
$$-3x^2 \qquad + 3$$
$$\underline{-(-3x^2 \qquad + 3)}$$
$$0$$

$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$ weitere Nullstelle

$$V_x = \pi \int_{-1}^{3} y^2\,dx = \pi \int_{-1}^{3} (x^3 - 3x^2 - x + 3)^2\,dx =$$

$$= \pi \int_{-1}^{3} (x^6 - 6x^5 + 7x^4 + 12x^3 - 17x^2 - 6x + 9)\,dx =$$

$$= \pi \left[\frac{x^7}{7} - x^5 + \frac{7x^5}{5} + 3x^4 - \frac{17x^3}{3} - 3x^2 + 9x\right]_{-1}^{3} =$$

$$= \pi \left[\left(\frac{2187}{7} - 729 + \frac{1701}{5} + 243 - 153 - 27 + 27\right) - \right.$$

$$\left. - \left(-\frac{1}{7} - 1 - \frac{7}{5} + 3 + \frac{17}{3} - 3 - 9\right)\right] = \cdots = \frac{2048}{105}\pi \Rightarrow \underline{V_x = \frac{2048}{105}\pi \text{ VE}}$$

c) $\frac{729}{70}\pi$ VE **d)** $\frac{176}{105}\pi$ VE

743. **a)** $\frac{14}{5}\pi$ VE **b)** $\frac{17}{15}\pi$ VE **c)** $\frac{657}{5}\pi$ VE **d)** $\frac{702}{5}\pi$ VE
e) $\frac{88}{5}\pi$ VE **f)** $\frac{54}{5}\pi$ VE **g)** $\frac{7}{20}\pi$ VE **h)** $\frac{375}{4}\pi$ VE

744. **a)** 63π VE **b)** $\frac{32}{3}\pi$ VE **c)** $\frac{512}{5}\pi$ VE **d)** 8π VE

745. **a)** $\frac{32}{3}\pi$ VE **b)** $\frac{34}{15}\pi$ VE **c)** $\frac{352}{15}\pi$ VE **d)** $\frac{128}{3}\pi$ VE

746. **a)** 16π VE **b)** $\frac{1152}{5}\pi$ VE **c)** 36π VE **d)** 8π VE

747. **a)** $\frac{27}{2}\pi$ VE **b)** 24π VE **c)** 16π VE **d)** $\frac{80}{3}\pi$ VE

748. **a)** (1) $\frac{512}{15}\pi$ VE (2) 8π VE **b)** (1) 36π VE (2) $\frac{144}{5}\pi$ VE
c) (1) $\frac{3}{4}\pi$ VE (2) $\frac{512}{105}\pi$ VE **d)** (1) $\frac{256}{3}\pi$ VE (2) $\frac{1024}{15}\pi$ VE

749. **a)** (1) $\frac{2223\sqrt{39}}{320}\pi$ VE (2) $\frac{5035}{1536}\pi$ VE **b)** (1) $\frac{12p^3}{5}\pi$ VE (2) $\frac{12p^8}{5}\pi$ VE
c) (1) $3{,}75\pi$ VE (2) $8\sqrt{3}\pi$ VE **d)** (1) $\frac{32}{3}\pi$ VE (2) $\frac{128}{15}\pi$ VE

750. **a)** $\frac{(1+x)^5}{5}+C$ **b)** $\frac{(3x-2)^4}{12}+C$ **c)** $-\frac{(2-x)^4}{4}+C$

751. **a)** $\frac{(3x^2-1)^3}{18}+C$ **b)** $-\frac{(5-7x^2)^3}{42}+C$ **c)** $-\frac{(3-2x^2)^2}{8}+C$

752. **a)** $\frac{(4x^2-20x+7)^2}{8}+C$ **b)** $\frac{(3x^3-15x^2+10)^2}{6}+C$ **c)** $\frac{1}{30}\left(4x^2-3x^2+8\right)^5+C$

753. **a)** $\frac{1}{71(7-71x)}+C$ **b)** $\frac{1}{24(5-4x^3)^2}+C$ **c)** $-\frac{2}{3(x^2-7x+6)^3}+C$

754. **a)** $-\frac{1}{4(x^2+8x-7)^2}+C$ **b)** $\frac{1}{20(x^5-5x^3+2)^4}+C$
c) $\frac{1}{45(3x^3-9x^2-22)^6}+C$

755. **a)** $\frac{2(x-1)\sqrt{2x-2}}{3}+C$ **b)** $\frac{3(2x-3)\sqrt[3]{(3-2x)^2}}{10}+C$
c) $\frac{(5x-1)\sqrt[5]{(1-5x)}}{6}+C$

756. **a)** $\frac{2(x^2-5)\sqrt{x^2-5}}{3}+C$ **b)** $\frac{(x^2+5)\sqrt{(x^2+5)}}{3}+C$ **c)** $\frac{(1-x^2)\sqrt{x^2-1}}{3}+C$

757. **a)** $\frac{2(7x^2-7x-1)\sqrt{7x^2-7x-1}}{21}+C$ **b)** $-\frac{2(x^2-8x+1)\sqrt[4]{(x^2-8x+1)^3}}{7}+C$
c) $-\frac{5}{14}(x^2-2x+9)\sqrt[5]{(x^2-2x+9)^7}+C$

758. **a)** $\frac{2\sqrt{5x-12}}{5}+C$ **b)** $-\sqrt[3]{(1-x^3)^2}+C$ **c)** $\frac{2}{\sqrt{(x^2-5x+6)}}+C$

759. **a)** $-2\sqrt{x^2-17x+1}+C$ **b)** $-\frac{3\sqrt[3]{(x^4-12x^2-9)^2}}{8}+C$
c) $-\frac{4\sqrt[4]{(5x^5-25x^2+9)}}{25}+C$

760. **a)** $\ln|5+x|+C$ **b)** $\frac{1}{2}\ln(x^2+1)+C$ **c)** $-\frac{1}{2}\ln|1-x^2|+C$

761. **a)** $-\frac{1}{2}\ln|5-x^4|+C$ **b)** $2\ln(x^2+2)+C$ **c)** $\frac{1}{2}\ln|3-x^2|+C$

762. a) $-\frac{1}{2}\ln|2x^5-12x^2+4x+9|+C$ b) $\frac{1}{24}\ln|3x^8-4x^6+12x^2+17|+C$
c) $-\frac{1}{4}\ln|4x^7-12x^6+x^4-3|+C$

763. a) 63 b) 2400 c) 24,2

764. a) $\frac{485}{6}$ b) -150 c) 4704

765. a) $\frac{9}{4}$ b) $\frac{340}{3}$ c) $\frac{79919}{12}$

766. a) $\frac{14}{2025}$ b) $-\frac{3}{14}$ c) $\frac{1}{12}$

767. a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{7}{3456}$ c) $-\frac{511}{9216}$

768. a) $\frac{26}{3}$ b) 3 c) 5,691

769. a) $\frac{98}{3}$ b) $\frac{279}{70}$ c) $\frac{868}{225}$

770. a) 11,22 b) 2,006 c) 10,276

771. a) 2 b) 1,53 c) existiert nicht

772. a) $-1{,}75$ b) 3,714 c) $-0{,}926$

773. a) $\ln 2$ b) $-\ln\frac{3}{4}$ c) $-\frac{1}{2}\ln 2$

774. a) $\frac{5}{6}\ln 3$ b) $-\frac{1}{2}\ln 41$ c) $\ln 2$

775. a) $-\frac{1}{12}\ln\frac{2217}{920}$ b) $-\frac{1}{60}\ln\frac{7}{1234}$ c) $\frac{1}{6}\ln\frac{206840}{21133}$

776. —

777. a) $\frac{(2+3x)^3}{9}+C$ b) $\frac{(4x-1)^5}{20}+C$
c) $\frac{(ax+b)^{n+1}}{a(n+1)}+C$ d) $\frac{(a-bx)^{1-n}}{b(n-1)}+C$

778. a) $-\frac{1}{(1+2x)^2}+C$ b) $-\frac{a}{3b(bx+c)^3}+C$
c) $\frac{(ax+b)^{1-n}}{a(1-n)}+C$ d) $\frac{2}{3(1-x^2)^3}+C$

779. a) $-\frac{(1-2x)\sqrt{1-2x}}{3}+C$ b) $-\frac{2(2-5x)^2\sqrt{2-5x}}{25}+C$
c) $-\frac{3(1-2x)\sqrt[3]{1-2x}}{8}+C$ d) $\frac{3(x^2-1)^2\sqrt[3]{x^2-1}}{14}+C$

780. a) $-6\sqrt{1-2x}+C$ b) $\frac{\sqrt[3]{(6x-5)^2}}{4}+C$
c) $\frac{6\sqrt[3]{(ax+b)^2}}{a}+C$ d) $\frac{n\sqrt[n]{(x^2-1)^{n-1}}}{2(n-1)}+C$

781. a) $F(x)=\frac{1}{2}\ln|3(3x^2-14x-2)|$ b) $F(x)=1-\frac{1}{2(3x^2-14x-2)}$

782. a) $F(x)=\frac{1}{3}\ln|100x(2x^2-3)|$ b) $F(x)=\frac{1}{9}\left[11-\frac{1}{(2x^3-3x)^3}\right]$

783. **a)** $\frac{7}{3}$ FE **b)** 10 FE **c)** 1,52 FE **d)** 2,3 FE
e) $\frac{1}{15}$ FE **f)** 0,536 FE **g)** 1302 FE **h)** 1 FE

784. **a)** 19,5 FE **b)** 0,609 FE **c)** $\frac{21}{400}$ FE **d)** 0,49 FE
e) 477,167 FE **f)** 0,1168 FE **g)** 0,11157 FE **h)** $\frac{5}{48}$ FE

785. **a)** $\frac{77}{6}\pi$ VE **b)** $\frac{9}{28}\pi$ VE **c)** $0{,}0445\pi$ VE **d)** $\frac{\pi}{4}$ VE
e) $817{,}5\pi$ VE **f)** $9{,}6\pi$ VE **g)** $1{,}77\pi$ VE **h)** $1{,}14\pi$ VE

786. **a)** (1) 24 FE (2) 27π VE (3) $129{,}6\pi$ VE
b) (1) 48 FE (2) 54π VE (3) $518{,}4\pi$ VE
c) (1) $\frac{4}{9}$ FE (2) $\frac{\pi}{3}$ VE (3) $\frac{112}{135}\pi$ VE
d) (1) 3,2 FE (2) $2{,}4\pi$ VE (3) $5{,}632\pi$ VE
e) (1) $\frac{49}{3}$ FE (2) $102{,}9\pi$ VE (3) $102{,}9\pi$ VE
f) (1) $\frac{32\sqrt{2}}{9}$ FE (2) $\frac{256\sqrt{2}}{27}\pi$ VE (3) $\frac{16}{3}\pi$ VE
g) (1) $\frac{8}{3}$ FE (2) $\frac{64}{15}\pi$ VE (3) 2π VE
h) (1) 96 FE (2) $1459{,}2\pi$ VE (3) 144π VE

787. **a)** $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right| + C$

b) (1) $x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$

(2) $\frac{x}{(x-2)(x+2)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$ Multiplikation mit dem Hauptnenner!

(3) $x = A(x+2) + B(x-2)$

$x = 2$ und $x = -2$ werden eingesetzt:

$x = 2$ eingesetzt: $2 = A(2+2) + B(2-2) \Rightarrow 2 - 4A \Rightarrow A = \frac{1}{2}$

$x = -2$ eingesetzt: $-2 = A(-2+2) + B(-2-2) \Rightarrow -2 = -4B \Rightarrow B = -\frac{1}{2}$

(4) $\int \frac{x}{x^2-4}\,dx = \frac{1}{2}\int\left(\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2}\right)dx = \frac{1}{2}(\ln|x-2| + \ln|x+2|) + C = \underline{\frac{1}{2}\ln|x^2-4| + C}$

c) $-\frac{1}{6}\ln|(3-x)^5(3+x)| + C$

788. **a)** $\frac{1}{5}\ln\left|\frac{x-3}{x+2}\right| + C$ **b)** $\frac{1}{a-b}\ln\left|\frac{x-a}{x-b}\right| + C$ **c)** $\ln\left|\frac{(x-2)^2\,\sqrt[5]{(x-2)^3(x+3)^2}}{(x-1)^2}\right| + C$

789. **a)** $\frac{1}{10}(3\ln|x-6| - 13\ln|x+4|) + C$ **b)** $\ln|(x-2)^2(x-3)^3| + C$

c) $\ln\left|\frac{(x-3)^2}{x+1}\right| + C$

790. **a)** (1) bereits erfüllt

(2) $\frac{1}{x^2(x-1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x-1}$ Multiplikation mit dem Hauptnenner!

(3) $1 = Ax(x-1) + B(x-1) + Cx^2$

$x = 0$, $x = 1$ werden eingesetzt:

$x = 0$ eingesetzt: $1 = -B \Rightarrow B = -1$

$x = 1$ eingesetzt: $C = 1$

$x = -1$ eingesetzt: $1 = 2A - 2B + C \Rightarrow 1 = 2A + 2 + 1 \Rightarrow A = -1$

(4) $\int \frac{dx}{x^2(x-1)} = \int \left(-\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x-1}\right) dx = -\ln x + \frac{1}{x} + \ln|x-1| + C = \underline{\frac{1}{x} + \ln\left|\frac{x-1}{x}\right| + C}$

b) $\frac{4}{4-x} - \ln|4-x| + C$ **c)** $-\frac{1}{2(x-7)^2} + C$

791. a) $3\ln|x-3| - \frac{2}{x-3} + C$ **b)** $2\ln|x-1| - \frac{1}{x-1} + C$

c) $-\frac{1}{x-2} - 2\ln|x-2| + C$

792. a) $\frac{1}{4(x+4)} + \frac{1}{16}\ln\left|\frac{x}{x+4}\right| + C$ **b)** $\frac{1}{25}\left(4\ln\left|\frac{x-5}{x}\right| - \frac{55}{x-5}\right) + C$

c) $\frac{1}{4}\left(\ln|x(x+6)^3| + \frac{38}{x+6}\right) + C$

793. a) $4\left(\ln\left|\frac{(x+4)^8}{x+2}\right|\right) + \frac{x^2}{2} - 6x + C$ **b)** $4\ln|x-1| - 39\ln|x-2| - \frac{5x^2}{2} - 15x + C$

c) Der Grad des Zählers ist gleich dem Grad des Nenners.

Polynomdivision: $(x^3 - 2x^2 \quad) : (x^2 - 2x - 15) = x$

$\underline{-(x^3 - 2x^2 - 15x)}$

$15x$ Rest

$\Rightarrow (x^3 - 2x^2) : (x^2 - 2x - 15) = x + \frac{15x}{x^2-2x-15}$

$\int \frac{x^3-2x^2}{x^2-2x-15}\,dx = \int \left(x + \frac{15x}{x^2-2x-15}\right) dx$

$\Rightarrow \int \frac{15x}{x^2-2x-15}$ dx wird mittels Partialbruchzerlegung berechnet.

(1) $x^2 - 2x - 15 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1+15} = 5, -3 \Rightarrow x^2 - 2x - 15 = (x-5)(x+3)$

(2) $\frac{15x}{(x-5)(x+3)} = \frac{A}{x-5} + \frac{B}{x+3}$ Multiplikation mit dem Hauptnenner!

(3) $15x = A(x+3) + B(x-5)$

$x = 5$ und $x = -3$ werden eingesetzt:

$x = 5$ eingesetzt: $75 = 8A \Rightarrow A = \frac{75}{8}$

$x = -3$ eingesetzt: $-45 = -8B \Rightarrow B = -\frac{45}{8}$

(4) $\int \frac{15x}{x^2-2x-15}\,dx = \frac{15}{8}\int \left(\frac{5}{x-5} + \frac{3}{x+3}\right) dx = \frac{15}{8}(5\ln|x-5| + 3\ln|x+3|) + C =$

$= \frac{15}{8}\ln|(x-5)^5(x+3)^3| + C$

$\int \frac{x^3-2x^2}{x^2-2x-15}\,dx = \int \left(x + \frac{15x}{x^2-2x-15}\right) dx = \underline{\frac{x^2}{2} + \frac{15}{8}\ln|(x-5)^5(x+3)^3| + C}$

794. **a)** $x + \ln\left|\frac{(x-2)^3}{(x-1)^2}\right| + C$ **b)** $x + \frac{1}{6}\left(8\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right| - \ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|\right) + C$

c) $2x + \frac{3}{4}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right| - \frac{x}{2(x^2-1)} + C$

795. **a)** $\frac{x^2}{2} + x + \frac{5}{x-1} - \ln|x-1| + C$ **b)** $\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + 5x + \frac{21}{2\sqrt{6}}\ln\left|\frac{x-2-\sqrt{6}}{x-2+\sqrt{6}}\right| + C$

c) $\frac{x^2}{2} + \frac{2}{3(x-1)} + \frac{1}{9}\ln\left|\frac{x-1}{x+2}\right| + C$

796. **a)** $\ln|(x+3)(x-3)^2| + C$ **b)** $\ln|x+3| - \frac{1}{x+3} + C$

c) $\int\left(x + 1 + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}\right)dx = \frac{x^2}{2} + x + \ln|x+1| + \ln|x-1| + C =$

$= \frac{x^2}{2} + x + \ln|(x+1)(x-1)| + C = \underline{\frac{x^2}{2} + x + \ln|x^2-1| + C}$

797. **a)** $\frac{1}{4}\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right| + C$ **b)** $\ln|(x-1)(x+1)^2| + C$ **c)** $x + 3\ln\left|\frac{x-3}{x+3}\right| + C$

798. **a)** $\ln\left|\frac{x^2}{x-1}\right| + C$ **b)** $\ln\left|\frac{x^3}{(x+1)^2}\right| + C$ **c)** $\ln\left|\frac{x^6}{(x+1)^2}\right| + C$

799. **a)** $\ln\left|\frac{(x+2)^3}{(x-1)^2}\right| + C$ **b)** $\ln\left|\frac{(x-3)^9}{(x-2)^7}\right| + C$ **c)** $\ln|(x+2)^2(x-1)^5| + C$

800. **a)** $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{(x-3)^3}{x^2(x+3)}\right| + C$ **b)** $\frac{1}{2x} + \frac{1}{4}\ln\left|\frac{x-2}{x}\right| + C$ **c)** $\frac{1}{8}\ln\left|\frac{(x-2)^5}{x^2(x+2)^3}\right| + C$

801. **a)** $\frac{1}{7}(36\ln|x-5| - \ln|x+2|) + C$ **b)** $\ln\left|\frac{(x-3)^2}{x+2}\right| + C$ **c)** $-\frac{1}{x-2} + 3\ln|x-2| + C$

802. **a)** $\frac{1}{8}\ln\left|\frac{(x+3)(x-1)}{(x+1)^2}\right| + C$

b) (1) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{13\pm\sqrt{169-144}}{2} = 9,\ 4$

$\Rightarrow x_1 = 3,\ x_2 = 2,\ x_3 = -2,\ x_4 = -3$

$x^4 - 13x^2 + 36 = (x-4)(x-3)(x+2)(x+3)$

(2) $\frac{x^3+2x+3}{x^4-13x^2+36} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{x+2} + \frac{D}{x+3}$ Multiplikation mit dem Hauptnenner!

(3) $x^3 + 2x + 3 = A(x-2)(x+2)(x+3) + B(x-3)(x+2)(x+3) +$

$+ C(x-3)(x-2)(x+3) + D(x-3)(x-2)(x+2)$

$x = 3$ und $x = 2$, $x = -3$ werden eingesetzt:

$x = 3$ eingesetzt: $36 = 30A \Rightarrow A = \frac{6}{5}$

$x = 2$ eingesetzt: $15 = -20B \Rightarrow B = -\frac{3}{4}$

$x = -2$ eingesetzt: $-9 = 20C \Rightarrow C = -\frac{9}{20}$

$x = -3$ eingesetzt: $-30 = -30D \Rightarrow D = 1$

$$\int\frac{x^3+2x+3}{x^4-13x^2+36}dx = \int\left(\frac{6}{5(x-3)} - \frac{3}{4(x-2)} - \frac{9}{20(x+2)} + \frac{1}{x+3}\right)dx =$$

$$= \frac{6}{5}\ln|x-3| - \frac{3}{4}\ln|x-2| - \frac{9}{20}\ln|x+2| + \ln|x+3| + C =$$

$$= \underline{\frac{1}{20}(24\ln|x-3| - 15\ln|x-2| - 9\ln|x+2| + 20\ln|x+3|) + C}$$

c) $\frac{1}{1944}(6\ln|x| + 1297\ln|x^2-36| - 328\ln|x^2-9|) + C$

803. a) $\frac{1}{9}\ln\left|\frac{x-1}{x+2}\right| + \frac{1}{3(x+2)} + C$ b) $\frac{3}{x-1} - \ln|x-1| + C$

c) $\frac{1}{20}(25\ln|x| + 131\ln|x+4| + 144\ln|x-1|) + C$

804. a) $\frac{1}{x} + \ln\left|\frac{x-1}{x}\right| + C$ b) $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{(x-2)^2} + 3\ln|x-2| + C$

c) $-\frac{3}{4(x+1)^2} - \frac{9}{4(x+1)} + \frac{1}{8}\ln\left|\frac{(1-x)^5}{(1+x)^3}\right| + C$

805. a) (1) bereits erfüllt

(2) $\frac{x}{(3x+1)^2} = \frac{A}{3x+1} + \frac{B}{(3x+1)^2}$ Multiplikation mit dem Hauptnenner!

(3) $x = A(3x+1)+B$

$x = -\frac{1}{3}$ und $x = 0$ werden eingesetzt:

$x = -\frac{1}{3}$ eingesetzt: $B = -\frac{1}{3}$

$x = 0$ eingesetzt: $A+B = 0 \Rightarrow A = \frac{1}{3}$

$$\int \frac{x}{(3x+1)^2}\,dx = \frac{1}{3}\int\left(\frac{1}{3x+1} - \frac{1}{(3x+1)^2}\right)dx = \frac{1}{3}\int\left(\frac{3}{3(3x+1)} - \frac{3}{3(3x+1)^2}\right)dx =$$

$$= \frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}\ln|3x+1| + \frac{1}{3(3x+1)}\right) + C = \underline{\frac{1}{9}\left(\ln|3x+1| + \frac{1}{3x+1}\right) + C}$$

b) $\frac{1}{4}\left(\ln|2x+1| - \frac{1}{2x+1}\right) + C$ c) $\frac{1}{(1-x)^2} - \frac{1}{1-x} + C$

806. a) $2e^x - \frac{10^x}{\ln 10} + C$ b) $-\frac{ta^x}{\ln a} + C$

807. a) $e^t - \frac{4^t}{2\ln 2} + C$ b) $3t - e^t + C$

808. a) $x + C$ b) $\sin x - \cos x + C$

809. a) $\tan x - x + C$ b) $6\tan x + xe^4 + C$

810. a) $5\tan x + C$ b) $-2\cos x + C$

811. a) $t + C$ b) $x(\sin\alpha - \cos\alpha) + C$

812. a) $\tan x - x + C$ b) $\frac{\sin\omega}{\cos^2 t} + C$

813. a) $\frac{5^x}{\ln 5} + x + \tan x + C$ b) $-2\ln|\cos x| + C$

814. a) $\frac{e^{3x}}{3} + C$ b) $-\frac{e^{-2x^2}}{4} + C$

815. a) $-2e^{-x} + C$ b) $\frac{2}{3}e^{\frac{3}{2}(x-1)} + C$

816. a) $\frac{3^{4x+1}}{4\ln 3} + C$ b) $\frac{10^{2x}}{2\ln 10} - \frac{3^x}{\ln 3} + x + C$

817. a) $\frac{4^{x^2-5}}{4\ln 2} - e^{-x} + C$ b) $\frac{2^{2x}}{2\ln 2} - \frac{3}{5}e^{\frac{5x-2}{3}} + C$

818. **a)** $-\frac{1}{4}\cos 4x + C$ **b)** $\frac{1}{6}\sin^3 2x - \frac{1}{2}\sin 2x + C$

819. **a)** $\frac{1}{4}\ln|\cos(5-8x)| + C$ **b)** $\ln|\sin 2x| + C$

820. **a)** $-2\ln|\cos\frac{x}{2}| + C$ **b)** $e^{\sin x} + C$

821. **a)** $-\frac{1}{3}\sqrt{\cos 2x} + C$ **b)** $\frac{\sqrt{\tan^3 2x}}{3} + C$

822. **a)** $-\frac{1}{2}\cos 2x + C$

b) $\frac{4^{2x^2-2}}{\ln 4} - \frac{3}{16}\left(\frac{2x^2+1}{x^2}\right) - \frac{1}{64}\sin 4\left(\frac{2x^2+1}{x^2}\right) - \frac{1}{8}\sin 2\left(\frac{2x^2+1}{x^2}\right) + C$

823. **a)** $-e^{-t} + C$ **b)** $\frac{1}{4}e^{4a+1} + C$

824. **a)** $\frac{1}{a}e^{ax+b} + C$ **b)** $-\frac{a^{-kx+d}}{k\ln a} + C$

825. **a)** $-\frac{1}{4}\cos(4x-1) + C$ **b)** $-\frac{\cos(\omega t+\phi)}{\omega} + C$

826. **a)** $\frac{\sin(kx+d)}{k} + C$ **b)** $-\frac{\sin(2-\beta t)}{\beta} + C$

827. **a)** $\frac{1}{3}\sin^3 x + C$ **b)** $-\frac{1}{5}\cos^5 x + C$

828. **a)** $\cos\frac{1}{x} + C$ **b)** $-\cos 2\sqrt{x} + C$

829. **a)** $x = 0{,}453$ **b)** $x = 0{,}841$

830. 6,935 FE

831. 5,14 FE

832. 0,842 FE

833. **a)** 0,955 FE **b)** 3 FE **c)** 0,862 FE **d)** 3,049 FE
e) 474,11 FE **f)** $\frac{e-1}{2}$ FE **g)** $\frac{1}{\ln 2}$ FE **h)** $\frac{9}{2\ln 10}$ FE

834. **a)** $4\sqrt{2}$ FE **b)** $1+\sqrt{2}$ FE **c)** 0,0537 FE **d)** 0,3035 FE
e) 0,5 FE **f)** 0,3559 FE

g) (1) Grafische Veranschaulichung:

(2) Schnittpunkte:

$$e^{1-x} = 2^{2x-2} \qquad | \ln(\,)$$
$$(1-x)\ln e = (2x-2)\ln 2$$
$$(1-x) = 2(x-1)\ln 2$$
$$(1-x) = -2(1-x)\ln 2$$
$$(1-x)(1+2\ln 2) = 0$$
$$1-x = 0$$
$$x = 1,\ y = 1$$

$$A = \int_0^1 \left(e^{1-x} - 2^{2x-2}\right) dx + \int_1^2 \left(2^{2x-2} - e^{1-x}\right) dx =$$
$$= \left[-e^{1-x} - \frac{2^{2x-2}}{2\ln 2}\right]_0^1 + \left[\frac{2^{2x-2}}{2\ln 2} + e^{1-x}\right]_1^2 =$$
$$= \left[\left(-e^{1-1} - \frac{2^{2-2}}{2\ln 2}\right) - \left(-e^{1} - \frac{2^{-2}}{2\ln 2}\right)\right] + \left[\left(\frac{2^{4-2}}{2\ln 2} + e^{-1}\right) - \left(\frac{2^{1-1}}{2\ln 2} + e^{1-1}\right)\right] =$$
$$= \left(-1 - \frac{1}{2\ln 2} + e + \frac{1}{8\ln 2} + \frac{2}{\ln 2} + \frac{1}{e} - \frac{1}{2\ \ln 2} - 1\right) = 2{,}7092$$

<u>A = 2,7092 FE</u>

h) 0,5276 FE

835. a) $1{,}718\pi$ VE **b)** 2π VE **c)** $\pi\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ VE **d)** $0{,}3466\pi$ VE

e) $1{,}435\pi$ VE **f)** $0{,}2155\pi$ VE **g)** $0{,}03836\pi$ VE **h)** $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$ VE

836. a) $-e^{-x}(x+1) + C$ **b)** $e^x(x^2 - 2x + 2) + C$

c) $\frac{2^x}{\ln 2}\left(x - \frac{1}{\ln 2}\right) + C$ **d)** $\frac{3^{2x}}{2\ln 3}\left(x^2 - \frac{x}{\ln 3} + \frac{1}{2(\ln 3)^2}\right) + C$

837. a) $\frac{(\ln x)^2}{2} + C$ **b)** $\frac{(\ln x)^3}{3} + C$

c) $-\frac{1}{2x^2}\left(\ln x + \frac{1}{2}\right) + C$ **d)** $x(\ln x - 1) + C$

838. a) $\frac{1}{2}x^2\left(\ln x - \frac{1}{2}\right) + C$ **b)** $\frac{1}{3}x^3\left(\ln x - \frac{1}{3}\right) + C$

c) $\frac{1}{4}x^4\left(\ln x - \frac{1}{4}\right) + C$ **d)** $\frac{1}{5}x^5\left(\ln x - \frac{1}{5}\right) + C$

839. a) $-x\cos x + \sin x + C$ **b)** $\frac{1}{2}\left(x\sin 2x + \frac{1}{2}\cos 2x\right) + C$

c) $x^2\cos x - 2x\sin x - 2\cos x + C$ **d)** $\frac{1}{3}\left(x^2\sin 3x + \frac{2}{3}x\cos 3x - \frac{2}{9}\sin 3x\right) + C$

840. a) $\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{2}\sin 2x\right)+C$ **b)** $\frac{1}{2}\left(x+\frac{1}{2}\sin 2x\right)+C$

c) $\frac{e^x}{5}(\sin 2x-2\cos 2x)+C$ **d)** $\frac{e^x}{2}(\cos x+\sin x)+C$

841. a) $\frac{1}{2}\sin^2 x+C$ **b)** $\frac{e^{4x}}{4}\left(x^3-\frac{3x^2}{4}+\frac{3x}{8}-\frac{3}{32}\right)+C$

c) $\frac{e^x}{5}(5\sin^2 x-\sin 2x+2\cos 2x)+C$ **d)** $\frac{9e^{3x}}{82}\left(3\cos\frac{x}{3}+\frac{1}{3}\sin\frac{x}{3}\right)$

842. a) $\frac{\pi}{2}-1$ **b)** π^2-4 **c)** $\frac{1}{132}$ **d)** 459,83

843. $d(uv) = vdu+udv$

$udv = d(uv)-vdu \quad |$ Integrieren

$$\int udv = \int d(uv) - \int vdu$$

$$\int udv = uv - \int vdu$$

844. Beide Lösungswege sind korrekt. Die Ergebnisse können auf $\sqrt{x+1}\left(\frac{6x^2+2x-4}{15}\right)+C$ umgeformt werden.

845. a) 5,333 **b)** –315

c) $\frac{b-a}{n}=\frac{3-1}{6}=\frac{1}{3}$

x_i	$f(x_i)=\sqrt{x_i^3-1}$			
$a = x_0 = 1$	0			
$x_1 = \frac{4}{3}$		1,1706		
$x_2 = \frac{5}{3}$			1,9052	
$x_3 = 2$		2,6457		
$x_4 = \frac{7}{3}$			3,4211	$\sum_1 = 5,099$
$x_5 = \frac{8}{3}$		4,2383		$4\sum_2 = 32,2184$
$b = x_6 = 3$	5,099			$2\sum_3 = 10,6526$
	$5,099=\sum_1$	$8,0546=\sum_2$	$5,3263=\sum_3$	$\sum = 47,97$

$$\int_1^3 \sqrt{x^3-1}\,dx \approx \frac{b-a}{3n}\cdot\sum = \frac{1}{9}\cdot 47,97 = \underline{5,33}$$

d) 6,391

846. a) 5,305 **b)** 0,838 **c)** 15,004 **d)** 0,91

847. a) 7,329

b) $\frac{b-a}{n} = \frac{3-0}{16} = 0{,}1875$

	x_i	$f(x_i) = \sqrt{1+x_i^3}$		
a =	$x_0 = 1$	1		
	$x_1 = 0{,}1875$		1,0033	
	$x_2 = 0{,}375$			1,026
	$x_3 = 0{,}5625$		1,0853	
	$x_4 = 0{,}75$			1,1924
	$x_5 = 0{,}9375$		1,3505	
	$x_6 = 1{,}125$			1,5569
	$x_7 = 1{,}3125$		1,8058	
	$x_8 = 1{,}5$			2,0917
	$x_9 = 1{,}6875$		2,4094	
	$x_{10} = 1{,}875$			2,7553
	$x_{11} = 2{,}0625$		3,1263	
	$x_{12} = 2{,}25$			3,52
	$x_{13} = 2{,}4375$		3,9347	
	$x_{14} = 2{,}625$			4,369
	$x_{15} = 2{,}8125$		4,8215	
b =	$x_{16} = 3$	5,292		
		$6{,}292 = \sum_1$	$19{,}5368 = \sum_2$	$16{,}5113 = \sum_3$

$$\sum_1 = 6{,}292$$
$$4\sum_2 = 78{,}1472$$
$$2\sum_3 = 33{,}0226$$
$$\sum = 117{,}4618$$

$$\int_0^3 \sqrt{1+x^3}\,dx \approx \frac{b-a}{3n} \sum = \frac{1}{16} \cdot 117{,}4618 = \underline{7{,}34}$$

c) 16,538

d) $\frac{b-a}{n} = \frac{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}}{12} = \frac{\pi}{48}$

	x_i	$f(x_i) = \sqrt{x_i^2 + \sin x}$		
a =	$x_0 = \frac{\pi}{4}$	1,1506		
	$x_1 = \frac{13\pi}{48}$		1,2148	
	$x_2 = \frac{7\pi}{24}$			1,2779
	$x_3 = \frac{15\pi}{48}$		1,3399	
	$x_4 = \frac{\pi}{3}$			1,4009
	$x_5 = \frac{17\pi}{48}$		1,4611	
	$x_6 = \frac{3\pi}{8}$			1,5205
	$x_7 = \frac{19\pi}{48}$		1,579	
	$x_8 = \frac{5\pi}{12}$			1,6369
	$x_9 = \frac{7\pi}{16}$		1,6941	
	$x_{10} = \frac{11\pi}{24}$			1,7506
	$x_{11} = \frac{23\pi}{48}$		1,8066	
b =	$x_{12} = \frac{\pi}{2}$	1,8621		
		$3{,}0127 = \sum_1$	$9{,}0955 = \sum_2$	$7{,}5868 = \sum_3$

$$\sum_1 = 3{,}0127$$
$$4\sum_2 = 36{,}382$$
$$2\sum_3 = 15{,}1736$$
$$\sum = 54{,}5683$$

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{x^2+\sin x}\ dx \approx \frac{b-a}{3n}\cdot\sum = \frac{\pi}{144}\cdot 54{,}5683 = \underline{1{,}1905}$$

848. a) 6,704 b) 1,295 c) 0,747 d) 0,1394

849. —

850. a) $\int_{x_0}^{x_2} f(x)\,dx = \frac{x_2-x_0}{6}\left(f(x_0)+4f\left(\frac{x_0+x_2}{2}\right)+f(x_2)\right) = \frac{2(b-a)}{6n}(f(x_0)+4f(x_1)+f(x_2)) =$

$= \underline{\frac{b-a}{3n}(f(x_0)+4f(x_1)+f(x_2))}$

851. a) 5,33 b) 1,319 c) 6,2085 d) 0,659

852. a) 0,8097 b) 3,0592 c) 1 d) 0,1167

853. a) $2\ln a$ b) $\pi\left(1-\frac{1}{a}\right)$

854. a) $\int_1^\infty \frac{dx}{x^4} = \int_1^\infty x^{-4}\,dx = \left[\frac{x^{-3}}{-3}\right]_1^\infty = \lim_{z\to\infty}\left(-\frac{1}{3z^3}\right)-\left(-\frac{1}{3\cdot 1}\right) = 0+\frac{1}{3} = \underline{\frac{1}{3}}$

b) 1 c) ∞ d) ∞

855. a) 1 b) ∞ c) ∞ d) ∞

856. a) $2\sqrt{2}$

b) $\int_0^8 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}} = \int_0^8 x^{-\frac{1}{3}}\,dx = \left[\frac{3\sqrt[3]{x^2}}{2}\right]_0^8 = 6-\lim_{z\to 0}\left(\frac{3\sqrt[3]{z^2}}{2}\right) = 6-0 = \underline{6}$

c) ∞ d) ∞

857. a) ∞ b) ∞ c) ∞ d) 10

858. a) $\frac{3}{2}$ b) ∞ c) $\frac{1}{4}$ d) ∞

859. a) $\frac{\pi}{2}$

b) $\int_4^\infty (x^{-\frac{1}{2}}+3x^{-4})\,dx = \left[2x^{\frac{1}{2}}+\frac{3x^{-3}}{-3}\right]_4^\infty = \left[2\sqrt{x}-\frac{1}{x^3}\right]_4^\infty =$

$= \lim_{z\to\infty}(2\sqrt{z}-\frac{1}{z^3}) - \left(2\sqrt{4}-\frac{1}{4^3}\right) = \infty - 0 - 4 + \frac{1}{64} = \underline{\infty}$

c) $\frac{\pi}{2}$ d) π

860. **a)** $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan\phi \, d\phi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\phi}{\cos\phi} \, d\phi = [-\ln\cos\phi]_0^{\frac{\pi}{2}} = -\lim_{z\to\frac{\pi}{2}} \ln|\cos z| + \ln 1 = \infty + 0 = \underline{\underline{\infty}}$

b) existiert nicht **c)** 6 **d)** 18

861. **a)** 2

b) $u = \ln x \Rightarrow du = \frac{dx}{x} \quad dv = dx \Rightarrow v = 1$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$\int_0^1 \ln x \; dx = [x\ln x]_0^1 - \int_0^1 dx = [x\ln x - x]_0^1 = |0 - 1 - \lim_{x\to 0}(x\ln x) - 0|$$

$= |-1 - \lim_{x\to 0}(x\ln x)| \; \lim x \to 0(x\ln x) = 0\cdot\infty$ unbestimmte Form

$$\lim_{x\to 0}(x\ln x) = \lim_{x\to 0} \frac{\ln x}{\frac{1}{x}} = \lim_{x\to 0} \frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x\to 0}(-x) = 0$$

$$\Rightarrow \int_0^1 \ln x \; dx = |-1-0| = \underline{1}$$

Bemerkung: Die Fläche ist immer positiv.

c) ∞ **d)** ∞

862. **a)** ∞ für $a > 1$, $\frac{1}{\ln a}$ für $0 < a < 1$ **b)** $2\sqrt{a}$

c) $\frac{1}{n-1}$ für $n > 1$, ∞ für $n = 1$ **d)** ∞

863. **b)** (1) wahr (2) falsch

864. $W = 1{,}8\left(T - \frac{\sin 200\pi T}{200\pi}\right)$

865. $4{,}2434 \cdot 10^4$ V

866. **a)** $R = \frac{\rho}{2\pi(1-\cos\alpha)}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$ **b)** $3{,}4846 \cdot 10^{-7}$ Ohm

c) 1,30269 cm **d)** $3{,}30124 \cdot 10^{-7}$ Ohm, 5,26 %

867. **a)** 0,622 kN/mm **b)** 2520 W

868. **a)** $\int_0^{2477} v(t)\, dt$ **b)** $\frac{1}{2477} \int_0^{2477} v(t)\, dt$

869. **a)** $A_v = mg(H - h)$ **b)** 42,97 J

870. **a)** $25 \frac{m}{s}$ **b)** $\frac{2500}{3}$ m

c) $a(t) = 5 \cdot 10^{-3}t$, $v(t) = 2{,}5 \cdot 10^{-3}t^2$, $s(t) = 0{,}83 \cdot 10^{-3}t^3$

871. a) $a(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 1 \\ 1 & \text{für } 1 \leqslant t < 1{,}5 \\ -1 & \text{für } 1{,}5 \leqslant t < 2 \\ 0 & \text{für } t \geqslant 2 \end{cases}$

b) $v(t) = \begin{cases} v_0 & \text{für } t < 1 \\ v_0 + 1 & \text{für } 1 \leqslant t < 1{,}5 \\ v_0 - 1 & \text{für } 1{,}5 \leqslant t < 2 \\ v_0 & \text{für } t \geqslant 2 \end{cases}$

$s(t) = \begin{cases} v_0 t & \text{für } t < 1 \\ v_0 t + \frac{1}{2}t^2 & \text{für } 1 \leqslant t < 1{,}5 \\ v_0 t - \frac{1}{2}t^2 & \text{für } 1{,}5 \leqslant t < 2 \\ v_0 t & \text{für } t \geqslant 2 \end{cases}$

872. a) $\frac{2000}{3}\,\text{kg/m}^3$ **b)** 20,1 J

873. $10\,806\,\frac{m}{s}$

874. a) $7{,}475 \cdot 10^{10}$ J **b)** $8{,}798 \cdot 10^{10}$ J **c)** $f(R) = -\frac{Gm_2}{R}$

875. a) 52,6 kV **b)** 58,5 kV **c)** $102\,\frac{m}{s}$

876. a) yz-Ebene

b) zur xy-Ebene parallele Ebene im Abstand $z = 2$

c) Ebene durch den Koordinatenursprung, die den rechten Winkel zwischen y- und z-Achse halbiert

877. Für die xy-Ebene: $\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 1$

Für die xz-Ebene: $\frac{x}{5} + \frac{z}{4} = 1$

Für die yz-Ebene: $\frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$

878. a) (1) **b)** (2) **c)** (4) **d)** (3)

879. a) $D = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ **b)** $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leqslant 36\}$

880. a) $f_x = 3,\ f_y = 5$ **b)** $f_x = 12x^2,\ f_y = 8y^3$

c) $f_x = -\frac{6}{x^4},\ f_y = \frac{8}{y^3}$

881. a) $f_x = 2x - 5y,\ f_y = -5x + 4y$ **b)** $f_x = 6x^2 + 6xy + 4y^2,\ f_y = 3x^2 + 8xy$

c) $f_x = 2y^4 + 9x^2y - 12xy^2,\ f_y = 8xy^3 + 3x^3 - 12x^2y$

882. a) $f_x = -\frac{2y}{x^3} - \frac{2x}{y},\ f_y = \frac{1}{x^2} + \frac{x^2}{y^2}$ **b)** $f_x = -\frac{3y^2}{x^4} + \frac{3x^2}{y^2},\ f_y = \frac{2y}{x^3} - \frac{2x^3}{y^3}$

c) $f_x = \frac{1}{y} + \frac{y}{x^2},\ f_y = -\frac{x}{y^2} - \frac{1}{x}$

883. a) $f_x = \frac{1}{y} - \frac{1+y}{x^2}$, $f_y = -\frac{x}{y^2} + \frac{1}{x}$ b) $f_x = \frac{2}{5\sqrt[5]{x^3}}$, $f_y = \frac{2}{3y\sqrt[3]{y^2}}$

c) $f_x = \frac{3y^2}{2\sqrt{x}} - 12x^2\sqrt[3]{y}$, $f_y = 6y\sqrt{x} - \frac{4x^3}{3\sqrt[3]{y^2}}$

884. a) $f_x = \frac{y}{2\sqrt{x}} - \frac{y}{3\sqrt[3]{x^2}}$, $f_y = \sqrt{x} - \sqrt[3]{x}$ b) $f_x = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{y}{x}} - \frac{1}{yx^2}$, $f_y = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{x}{y}} - \frac{1}{xy^2}$

c) $f_x = \frac{\sqrt[4]{y}}{2\sqrt{x}} - \frac{\sqrt[3]{y}}{6\sqrt[6]{x^5}}$, $f_y = \frac{\sqrt{x}}{4\sqrt[4]{y^3}} - \frac{\sqrt[6]{x}}{3\sqrt[3]{y^2}}$

885. a) $f_x = \cos x$, $f_y = \cos y$ b) $f_x = \cos(x+y)$, $f_y = \cos(x+y)$

c) $z = \sin(x + \sin y)$

$$\underline{f_x} = \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial(x+\sin y)}{\partial x} \cdot \cos(x+\sin y) = (1+0)\cos(x+\sin y) = \underline{\cos(x+\sin y)}$$

$$\underline{f_y} = \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial(x+\sin y)}{\partial y} \cdot \cos(x+\sin y) = (0+\cos y)\cos(x+\sin y) = \underline{\cos y\cos(x+\sin y)}$$

886. a) $f_x = \cos x \sin y$, $f_y = \sin x \cos y$ b) $f_x = y\cos xy$, $f_y = x\cos xy$

c) $f_x = \sin 2x \sin y^2$, $f_y = 2y\sin^2 x \cos y^2$

887. a) $f_x = -\sin x$, $f_y = \sin y$ b) $f_x = -\sin(x-y)$, $f_y = \sin(x-y)$

c) $z = \cos(y + \cos x)$

$$\underline{f_x} = \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial(y+\cos x)}{\partial x} \cdot [-\sin(y+\cos x)] = (0-\sin x)[-\sin(y+\cos x)] =$$

$$= \underline{\sin x \sin(y+\cos x)}$$

$$\underline{f_y} = \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial(y+\cos x)}{\partial y} \cdot [-\sin(y+\cos x)] = (1+0)[-\sin(y+\cos x)] = \underline{-\sin(y+\cos x)}$$

888. a) $f_x = -\frac{\sin x}{\cos y}$, $f_y = \frac{\tan y \cos x}{\cos y}$ b) $f_x = -\frac{1}{y}\sin\frac{x}{y}$, $f_y = \frac{x}{y^2}\sin\frac{x}{y}$

c) $f_x = -\frac{1}{2\sqrt{x}}\sin\sqrt{x}\sqrt{\cos y}$, $f_y = -\frac{\cos\sqrt{x}\sin y}{2\sqrt{\cos y}}$

889. a) $f_x = -\frac{1}{\cos^2 x}$, $f_y = \frac{1}{\cos^2 y}$ b) $f_x = -\frac{1}{\cos^2(y-x)}$, $f_y = \frac{1}{\cos^2(y-x)}$

c) $f_x = \frac{1}{\cos^2(x-\tan y)}$, $f_y = -\frac{1}{\cos^2 y \cos^2(x-\tan y)}$

890. a) $f_x = -\frac{\tan y}{\sin^2 x}$, $f_y = \frac{1}{\tan x \cos^2 y}$ b) $f_x = -\frac{y}{x^2\cos^2\frac{y}{x}}$, $f_y = \frac{1}{x\cos^2\frac{y}{x}}$

c) $f_x = \frac{x\tan^2\sqrt{y}}{\sqrt{\tan x^2}\cos^2 x^2}$, $f_y = \frac{\sqrt{\tan x^2}\tan\sqrt{y}}{\sqrt{y}\cos^2\sqrt{y}}$

891. a) $f_x = \cos x \cos y$, $f_y = -\sin x \sin y$

b) $f_x = -\sin y \sin(x\sin y)$, $f_y = -x\cos y \sin(x \sin y)$

c) $f_x = \frac{y\sin x}{\cos^2 x \cos^2\frac{y}{\cos x}}$, $f_y = \frac{1}{\cos x \cos^2\frac{y}{\cos x}}$

892. a) $f_x = \frac{y\cos xy\cos(x+y) + \sin(x+y)\sin xy}{\cos^2(x+y)}$, $f_y = \frac{x\cos xy\cos(x+y)+\sin(x+y)\sin xy}{\cos^2(x+y)}$

b) $z = \frac{\tan 2x+\cos 3y}{2x\sin 3y}$

$$\underline{f_x} = \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{2x\sin 3y\cdot\frac{\partial(\tan 2x+\cos 3y)}{\partial x} - (\tan 2x+\cos 3y)\frac{\partial(2x\sin 3y)}{\partial x}}{(2x\sin 3y)^2} =$$

$$= \frac{2x\sin 3y(\frac{2}{\cos^2 2x}+0)-(\tan 2x+\cos 3y)\cdot 2\sin 3y}{4x^2\sin^2 3y} =$$

$$= \frac{\frac{4x\sin 3y}{\cos^2 2x}-2\sin 3y(\tan 2x+\cos 3y)}{4x^2\sin^2 3y} = \underline{\frac{2x-\cos^2 2x(\tan 2x+\cos 3y)}{2x^2\sin 3y\cos^2 2x}}$$

$$\underline{f_y} = \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2x\sin 3y\cdot\frac{\partial(\tan 2x+\cos 3y)}{\partial y} - (\tan 2x+\cos 3y)\frac{\partial(2x\sin 3y)}{\partial y}}{(2x\sin 3y)^2} =$$

$$= \frac{2x\sin 3y(0-3\sin 3y)-(\tan 2x+\cos 3y)\cdot 2x\cdot 3\cos 3y}{4x^2\sin^2 3y} =$$

$$= \frac{-6x\sin^2 3y-6x\cos 3y(\tan 2x+\cos 3y)}{4x^2\sin^2 3y} = \underline{\frac{-3\sin^2 3y-3\cos 3y(\tan 2x+\cos 3y)}{2x\sin^2 3y}}$$

c) $z = \frac{\sin(x^2+\cos 2y)}{x^2\sin 2y}$

$$\underline{f_x} = \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{x^2\sin 2y\cdot\frac{\partial[\sin(x^2+\cos 2y)]}{\partial x} - \sin(x^2+\cos 2y)\cdot\frac{\partial(x^2\sin 2y)}{\partial x}}{x^4\sin^2 2y} =$$

$$= \frac{x^2\sin 2y\cdot 2x\cos(x^2+\cos 2y)-\sin(x^2+\cos 2y)\cdot 2x\sin 2y}{x^4\sin^2 2y} = \underline{\frac{2x^2\cos(x^2+\cos 2y)-2\sin(x^2+\cos 2y)}{x^3\sin 2y}}$$

$$\underline{f_y} = \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{x^2\sin 2y\cdot\frac{\partial[\sin(x^2+\cos 2y)]}{\partial y} - \sin(x^2+\cos 2y)\cdot\frac{\partial(x^2\sin 2y)}{\partial y}}{x^4\sin^2 2y} =$$

$$= \frac{x^2\sin 2y\cdot(-2\sin 2y)\cos(x^2+\cos 2y)-\sin(x^2+\cos 2y)\cdot 2x^2\cos 2y}{x^4\sin^2 2y} =$$

$$= \underline{\frac{-2\sin^2 2y\cos(x^2+\cos 2y)-2\cos 2y\sin(x^2+\cos 2y)}{x^2\sin^2 2y}}$$

893. a) $f_x = \frac{1}{x},\ f_y = \frac{1}{y}$ b) $f_x = \frac{1}{x+y},\ f_y = \frac{1}{x+y}$

c) $f_x = \frac{6x^2}{x^3+\ln^3 y^2}\ln(x^3+\ln^3 y^2),\ f_y = \frac{12\ln^2 y^2}{y(x^3+\ln^3 y^2)}\ln(x^3+\ln^3 y^2)$

894. a) $f_x = \frac{1}{2x}\sqrt{\frac{\ln y}{\ln x}},\ f_y = \frac{1}{2y}\sqrt{\frac{\ln x}{\ln y}}$ b) $f_x = \frac{1}{2x},\ f_y = \frac{1}{2y}$

c) $z = \ln\sqrt{x\ln\sqrt{y}} = \ln\left(x\ln y^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\ln\left(x\ln y^{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{x}{2}\ln y\right)$

$$\underline{f_x} = \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\frac{\partial(\frac{x}{2}\ln y)}{\partial x}}{\frac{x}{2}\ln y} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\frac{1}{2}\ln y}{\frac{x}{2}\ln y} = \underline{\frac{1}{2x}}$$

$$\underline{f_y} = \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\frac{\partial(\frac{x}{2}\ln y)}{\partial y}}{\frac{x}{2}\ln y} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\frac{x}{2}\cdot\frac{1}{y}}{\frac{x}{2}\ln y} = \underline{\frac{1}{2y\ln y}}$$

895. a) $f_x = \frac{1}{x},\ f_y = \frac{1}{y\ln y}$ b) $f_x = -\frac{1}{x\ln x},\ f_y = \frac{1}{y}$

c) $f_x = \frac{1}{x(y^2+\ln 2x)}$, $f_y = \frac{2y}{y^2+\ln 2x}$

896. a) $f_x = \frac{\sin y}{x}$, $f_y = \ln x \cos y$

b) $z = \cos(y \ln x)$

$\underline{f_x} = \frac{\partial(y \ln x)}{\partial x}[-\sin(y \ln x)] = \frac{y}{x}[-\sin(y \ln x)] = \underline{-\frac{y \sin(y \ln x)}{x}}$

$\underline{f_y} = \frac{\partial(y \ln x)}{\partial y}[-\sin(y \ln x)] = \ln x[-\sin(y \ln x)] = \underline{-\ln x \sin(y \ln x)}$

c) $f_x = \frac{2\cos 2x}{\sin 2x+\cos y^2}$, $f_y = -\frac{2y \sin y^2}{\sin 2x+\cos y^2}$

897. a) $f_x = e^x$, $f_y = -e^y$

b) $f_x = e^{x-y}$, $f_y = -e^{x-y}$

c) $f_x = e^{x-e^y}$, $f_y = -e^{x+y-e^y}$

898. a) $f_x = -e^{y-x}$, $f_y = e^{y-x}$

b) $f_x = -\frac{y}{x^2}e^{\frac{y}{x}}$, $f_y = \frac{1}{x}e^{\frac{y}{x}}$

c) $f_x = \frac{1}{2}e^{\sqrt{y}+\frac{x}{2}}$, $f_y = \frac{1}{2\sqrt{y}}e^{\sqrt{y}+\frac{x}{2}}$

899. a) $f_x = e^y + ye^x$, $f_y = xe^y + e^x$

b) $f_x = y(1+xy)e^{xy}$, $f_y = x(1+xy)e^{xy}$

c) $f_x = \frac{(xy-2)e^{xy}}{x^3y}$, $f_y = \frac{(xy-1)e^{xy}}{x^2y^2}$

900. a) $f_x = \cos x \cos y e^{\sin x \cos y}$, $f_y = -\sin x \sin y e^{\sin x \cos y}$

b) $z = \cos(xe^{xy})$

$\underline{f_x} = \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial(xe^{xy})}{\partial x}[-\sin(xe^{xy})] = (e^{xy} + xye^{xy})[-\sin(xe^{xy})] = \underline{-(1+xy)e^{xy}\sin(xe^{xy})}$

$\underline{f_y} = \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial(xe^{xy})}{\partial y}[-\sin(xe^{xy})] = x^2e^{xy}[-\sin(xe^{xy})] = \underline{-x^2e^{xy}\sin(xe^{xy})}$

c) $f_x = y(1 + x\tan y)e^{x\tan y}$, $f_y = x\left(1 + \frac{xy}{\cos^2 y}\right)e^{x\tan y}$

901. a) $f_x = 2^x \ln 2$, $f_y = 3^y \ln 3$

b) $f_x = 5^y 4^x \ln 4$, $f_y = 5^y 4^x \ln 5$

c) $f_x = \frac{6^{\sqrt{x}}\sqrt{7^y}\ln 6}{2\sqrt{x}}$, $f_y = \frac{1}{2}6^{\sqrt{x}}\sqrt{7^y}\ln 7$

902. a) $f_x = yx^{y-1} + y^x \ln y$, $f_y = x^y \ln x + xy^{x-1}$

b) $f_x = y^x x^{y-1}(y + x\ln y)$, $f_y = x^y y^{x-1}(x + y\ln x)$

c) $f_x = \sqrt{y^x}x^{\sqrt{y}-1}(\sqrt{y} + \frac{x \ln y}{2})$, $f_y = \frac{x^{\sqrt{y}}}{2}(\sqrt{y^{x-1}}\ln x + x\sqrt{y^{x-2}})$

903. a) $f_x = \ln(y+1) \cdot x^{\ln(y+1)-1}$, $f_y = \frac{\ln x}{y+1} \cdot x^{\ln(y+1)}$

b) $f_x = \frac{\ln y}{x-1} \cdot y^{\ln(1-x)}$, $f_y = \ln(1-x)y^{\ln(1-x)-1}$

c) $z = \ln(x^{\cos y} + y^{\sin x})$

$\underline{f_x} = \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\frac{\partial(x^{\cos y}+y^{\sin x})}{\partial x}}{x^{\cos y}+y^{\sin x}} = \underline{\frac{\cos y \cdot x^{\cos y-1} + \cos x \cdot \ln y \cdot y^{\sin x}}{x^{\cos y}+y^{\sin x}}}$

$$\underline{f_y} = \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\frac{\partial(x^{\cos y}+y^{\sin x})}{\partial y}}{x^{\cos y}+y^{\sin x}} = \underline{\frac{-\sin y\cdot \ln x\cdot x^{\cos y}+\sin x\cdot y^{\sin x-1}}{x^{\cos y}+y^{\sin x}}}$$

904. a) $f_x = 108,\ f_y = -27,\ f_{xx} = 36,\ f_{yy} = -18,\ f_{xy} = f_{yx} = 0$

b) $f_x = 0,\ f_y = +20,\ f_{xx} = -48,\ f_{yy} = 28,\ f_{xy} = f_{yx} = -24$

905. a) $f_x = \frac{4}{3},\ f_y = \frac{1}{12},\ f_{xx} = -\frac{32}{9},\ f_{yy} = -\frac{1}{18},\ f_{xy} = f_{yx} = \frac{4}{9}$

b) $f_x = \frac{25\sqrt{2}}{8},\ f_y = -\frac{9\sqrt{2}}{8},\ f_{xx} = \frac{975\sqrt{2}}{128},\ f_{yy} = \frac{207\sqrt{2}}{128},\ f_{xy} = f_{yx} = \frac{225\sqrt{2}}{128}$

906. a) $f_x = 4,\ f_y = 1,\ f_{xx} = 8,\ f_{yy} = 2,\ f_{xy} = f_{yx} = 4$

b) $f_x = -2,\ f_y = 3,\ f_{xx} = -4,\ f_{yy} = -3,\ f_{xy} = f_{yx} = 3$

907. a) $f_x = \frac{1}{3},\ f_y = \frac{1}{2},\ f_{xx} = -\frac{1}{9},\ f_{yy} = -\frac{1}{4},\ f_{xy} = f_{yx} = 0$

b) $f_x = \frac{1}{2},\ f_y = 1,\ f_{xx} = -\frac{1}{4},\ f_{yy} = 0,\ f_{xy} = f_{yx} = 0$

908. a) $f_x = \sqrt{2},\ f_y = -\frac{3\sqrt{6}}{4},\ f_{xx} = 4\sqrt{6},\ f_{yy} = \frac{9\sqrt{6}}{4},\ f_{xy} = f_{yx} = 3\sqrt{2}$

b) $f_x = 0,\ f_y = 0,\ f_{xx} = 2,\ f_{yy} = 8\pi^2,\ f_{xy} = f_{yx} = 4\pi$

909. a) $f_x = \sqrt{2},\ f_y = 0,\ f_{xx} = -\sqrt{2},\ f_{yy} = 0,\ f_{xy} = f_{yx} = -\frac{\sqrt{6}}{2}$

b) $f_x = -\frac{\pi}{4},\ f_y = 1,\ f_{xx} = \frac{\pi}{4},\ f_{yy} = 0,\ f_{xy} = f_{yx} = -\frac{1}{2}$

910. a) $f_x = 18,\ f_y = 12,\ f_{xx} = 18,\ f_{yy} = 4,\ f_{xy} = f_{yx} = 12$

b) $f_x = 0,\ f_y = -2,\ f_{xx} = 0,\ f_{yy} = 6,\ f_{xy} = f_{yx} = 1$

911. a) 4,436 kg **b)** 112,8 g

912. a) $6{,}2\ \frac{m}{s}$ **b)** $0{,}064\ \frac{m}{s}$

913. a) $dz = 4xdx + 6ydy$ **b)** $dz = -\frac{15}{x^4}dx - \frac{12}{y^3}dy$

c) $dz = \frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{3}{x}}dx + \frac{3}{\sqrt[4]{y}}dy$

914. a) $z = x^3y^2 + 2xy^3 - 3x^2y$

$$\underline{dz} = \frac{\partial(x^3y^2+2xy^3-3x^2y)}{\partial x}dx + \frac{\partial(x^3y^2+2xy^3-3x^2y)}{\partial y}dy =$$

$$= \underline{(3x^2y^2 + 2y^3 - 6xy)dx + (2x^3y + 6xy^2 - 3x^2)dy}$$

b) $dz = \left(\frac{1}{y^2} + \frac{y^2}{x^2}\right)dx - \left(\frac{2x}{y^3} + \frac{2y}{x}\right)dy$

c) $dz = \left(\sqrt{y} + \frac{y}{3\sqrt[3]{x^2}}\right)dx + \left(\frac{x}{2\sqrt{y}} + \sqrt[3]{x}\right)dy$

915. a) $dz = \frac{18\ln x}{x}dx + \frac{\cos\sqrt{y}}{2\sqrt{y}}dy$

b) $dz = \frac{2x\cos x^2\cdot e^{\sin x^2}}{\cos^2 e^{\sin x^2}}dx + \frac{3}{2\sqrt{y}}\cos^2\sqrt{y}\sin\sqrt{y}dy$

c) $dz = \frac{\sqrt{e^x}\sin 2\sqrt{e^x}}{2}dx + \frac{\tan\sqrt{y}}{2\sqrt{y}}dy$

916. a) $z = \ln y\sqrt{x} + e^{x^2 \sin y}$

$$\underline{dz} = \frac{\partial(\ln y\sqrt{x}+e^{x^2 \sin y})}{\partial x}dx + \frac{\partial(\ln y\sqrt{x}+e^{x^2 \sin y})}{\partial y}dy =$$

$$= \left(\frac{y\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}}{y\sqrt{x}} + 2x\sin y e^{x^2 \sin y}\right)dx + \left(\frac{\sqrt{x}}{y\sqrt{x}} + x^2\cos y e^{x^2 \sin y}\right)dy =$$

$$\underline{= \left(\frac{1}{2x} + 2x\sin y e^{x^2 \sin y}\right)dx + \left(\frac{1}{y} + x^2\cos y e^{x^2 \sin y}\right)dy}$$

b) $z = \cos^2 e^{x-\sqrt{y}} + \sqrt{\tan xy^3}$

$$\underline{dz} = \frac{\partial(\cos^2 e^{x-\sqrt{y}}+\sqrt{\tan xy^3})}{\partial x}dx + \frac{\partial(\cos^2 e^{x-\sqrt{y}}+\sqrt{\tan xy^3})}{\partial y}dy =$$

$$= \left[2e^{x-\sqrt{y}}\cos e^{x-\sqrt{y}}\left(-\sin e^{x-\sqrt{y}}\right) + \tfrac{1}{2}y^3\tan^{-\frac{1}{2}}xy^3\cdot\frac{1}{\cos^2 xy^3}\right]dx+$$

$$+\left[2\left(-\frac{1}{2\sqrt{y}}\right)e^{x-\sqrt{y}}\cos e^{x-\sqrt{y}}\left(-\sin e^{x-\sqrt{y}}\right) + \tfrac{1}{2}\cdot 3xy^2\tan^{-\frac{1}{2}}xy^3\cdot\frac{1}{\cos^2 xy^3}\right]dy =$$

$$\underline{= \left(-e^{x-\sqrt{y}}\sin 2e^{x-\sqrt{y}} + \frac{y^3}{2\cos^2 xy^3\sqrt{\tan xy^3}}\right)dx +}$$

$$\underline{+\left(\frac{e^{x-\sqrt{y}}}{2\sqrt{y}}\sin 2e^{x-\sqrt{y}} + \frac{3xy^2}{2\cos^2 xy^3\sqrt{\tan xy^3}}\right)dy}$$

c) $dz = ye^{\sin^2 x^3}\left(3x^2\sin 2x^3\cos\ln\frac{x}{y} - \frac{1}{x}\sin\ln\frac{x}{y}\right)dx + e^{\sin^2 x^3}\left(\cos\ln\frac{x}{y} + \sin\ln\frac{x}{y}\right)dy$

917. —

918. a) vollständiges Differenzial **b)**, **c)** und **d)** keine vollständigen Differenziale

919. 8,12 mm^3

920. 0,016 m/s

921. a) $T\left(\frac{3}{2},\ 1,\ -\frac{1}{4}\right)$

b) $z = 2x^2 - 3y^2 + 6x + 6y + 2$

$f_x = 4x + 6 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$

$f_y = -6y + 6 = 0 \Rightarrow y = 1$

$f_{xx} = 4 > 0$

$f_{yy} = -6$

$f_{xy} = f_{yx} = 0$

$D = f_{xx}\cdot f_{yy} - (f_{xy})^2 = 4(-6) - 0^2 = -24 < 0$

$z = 2\left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 3(1)^2 + 6\left(-\frac{3}{2}\right) + 6\cdot 1 + 2 = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$\left(-\frac{3}{2}, 1, \frac{1}{2}\right)$ <u>kein</u> Extremum, da $D < 0$.

922. a) $T\left(-2,\ \frac{3}{4},\ \frac{7}{8}\right)$ **b)** $H\left(1,\ -\frac{1}{2},\ 1\right)$

923. a) $H(0,\ 0,\ 3)$ **b)** $T(0,\ 0,\ 1)$

924. a) $H\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{2}{9}\right)$ **b)** $T\left(\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, -\frac{99}{49}\right)$

925. a) $H(3, -2, 13)$ **b)** $T(-4{,}7,\ 33{,}1,\ 1325{,}05)$

926. a) $T(1, 1, 0)$ **b)** $H\left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{26}{27}\right)$

927. a) $z = x^3 - y^3 - 3x + 12y + 10$

$f_x = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$

$f_y = -3y^2 + 12 = 0 \Rightarrow y = \pm 2$

$f_{xx} = 6x$

$f_{yy} = -6y$

$f_{xy} = f_{yx} = 0$

$D = f_{xx} \cdot f_{yy} - (f_{xy})^2 = 6x(-6y) - 0^2 = -36xy$

$(1, 2, 24) : D = -72 < 0 \Rightarrow$ kein Extremum

$(1, -2, -8) : D = 72 > 0,\ f_{xx} = 6x = 6 > 0 \Rightarrow (1, -2, -8)$ ist Minimum

$(-1, 2, 28) : D = 72 > 0,\ f_{xx} = 6x = -6 < 0 \Rightarrow (-1, 2, 28)$ ist Maximum

$(-1, -2, -4) : D = -72 < 0 \Rightarrow$ kein Extremum

b) $H(0, -4, 16),\ T(2, 0, -20)$

928. a) $z = x^3 + x^2y + xy^2 - y^3 - 6x + 4$

$f_x = 3x^2 + 2xy + y^2 - 6 = 0 \qquad (1)$

$f_y = x^2 + 2xy - 3y^2 = 0 \Rightarrow x = -y \pm \sqrt{y^2 + 3y^2} = -y \pm 2y \Rightarrow x_1 = y, x_2 = -3y$

$x = y$ in (1) eingesetzt: $3y^2 + 2y^2 + y^2 - 6 = 0 \Rightarrow y = \pm 1$

$x = -3y$ in (1) eingesetzt: $27y^2 - 6y^2 + y^2 - 6 = 0 \Rightarrow y = \pm\sqrt{\frac{3}{11}}$

$f_{xx} = 6x + 2y$

$f_{yy} = 2x - 6y$

$f_{xy} = f_{yx} = 2x + 2y$

$D = f_{xx} \cdot f_{yy} - (f_{xy})^2 = (6x + 2y)(2x - 6y) - (2x + 2y)^2 = 8(x^2 - 5xy - 2y^2)$

$(1, 1, 0) : D = -48 < 0 \Rightarrow$ kein Extremum

$(-1, -1, 8) : D = -48 < 0 \Rightarrow$ kein Extremum

$\left(-3\sqrt{\frac{3}{11}}, \sqrt{\frac{3}{11}}, 4 + 12\sqrt{\frac{3}{11}}\right) : D = 48 > 0,\ f_{xx} = -16\sqrt{\frac{3}{11}} < 0$

$\Rightarrow \left(-3\sqrt{\frac{3}{11}}, \sqrt{\frac{3}{11}}, 4 + 12\sqrt{\frac{3}{11}}\right)$ ist Maximum

$\left(3\sqrt{\frac{3}{11}}, -\sqrt{\frac{3}{11}}, 4 - 12\sqrt{\frac{3}{11}}\right) : D = 48 > 0,\ f_{xx} = 16\sqrt{\frac{3}{11}} > 0$

$\Rightarrow \left(3\sqrt{\frac{3}{11}}, -\sqrt{\frac{3}{11}}, 4 - 12\sqrt{\frac{3}{11}}\right)$ ist Minimum

b) $H(2, 4, 176),\ T(-2, -4, -400)$

929. a) kein Extremum

b) kein Extremum

930. a) $z = x^3 + x^2y - xy^2 - y^3 + 17x + 19y$

$f_x = 3x^2 + 2xy - y^2 + 17$

$f_y = x^2 - 2xy - 3y^2 + 19$

$f_{xx} = 6x + 2y$

$f_{yy} = -2x - 6y$

$f_{xy} = f_{yx} = 2x - 2y$

$D = f_{xx} \cdot f_{yy} - (f_{xy})^2 = (6x + 2y)(-2x - 6y) - (2x - 2y)^2 = -16(x^2 + y^2 + 2xy) =$

$= -16(x + y)^2 < 0$ immer negativ $\Rightarrow$ Es existiert kein Extremum.

b) $T(3, 1, -90),\ H(-3, -1, 90)$

931. a) $D = \{x, y | x, y \in \mathbb{R}\backslash\{0\}\},\ T\left(\frac{1}{2}, -1, 15\right),\ H\left(-\frac{1}{2}, 1, -1\right)$

b) $D = \{x, y | x, y \in \mathbb{R}\backslash\{0\}\},\ T\left(2, \frac{1}{3}, 24\right),\ H\left(-2, -\frac{1}{3}, \frac{238}{3}\right)$

932. a) $z = \frac{2}{x+2} - \frac{1}{y-1} + 2x - y + 1$

$$\left.\begin{array}{l} x + 2 \neq 0 \Rightarrow x \neq -2 \\ y - 1 \neq 0 \Rightarrow y \neq 1 \end{array}\right\} \Rightarrow D = \{(x, y) | x \in \mathbb{R}\backslash\{-2\} \wedge y \in \mathbb{R}\backslash\{1\}\}$$

$f_x = -\frac{2}{(x+2)^2} + 2 = 0 \Rightarrow (x + 2)^2 = 1 \Rightarrow x_1 = -1,\ x_2 = -3$

$f_y = \frac{1}{(y-1)^2} - 1 = 0 \Rightarrow (y - 1)^2 = 1 \Rightarrow y_1 = 0,\ y_2 = 2$

$f_{xx} = \frac{2 \cdot 2(x+2)}{(x+2)^4} = \frac{4}{(x+2)^3}$

$f_{yy} = \frac{-2(y-1)}{(y-1)^4} = -\frac{2}{(y-1)^3}$

$f_{xy} = f_{yx} = 0$

$$D = f_{xx} \cdot f_{yy} - (f_{xy})^2 = \frac{4}{(x+2)^3}\left(-\frac{2}{(y-1)^3}\right) - 0^2 = -\frac{8}{(x+2)^3(y-1)^3}$$

$(-1,\ 0,\ 2) : D = 8 > 0,\ \ f_{xx} = 4 > 0 \Rightarrow (-1,\ 0,\ 2)$ ist Minimum

$(-1,\ 2,\ -2) : D = -8 < 0 \Rightarrow$ kein Extremum

$(-3,\ 0,\ -6) : D = -8 < 0 \Rightarrow$ kein Extremum

$(-3,\ 2,\ -10) : D = 8 > 0,\ \ f_{xx} = -4 < 0 \Rightarrow (-3,\ 2,\ -10)$ ist Maximum

b) $D = \{(x, y)|x \in \mathbb{R}\backslash\{3\} \wedge y \in \mathbb{R}\backslash\{1\}\},\ \ T\left(1,\ \frac{1}{2},\ 19\right),\ \ H\left(5,\ \frac{3}{2},\ -21\right)$

933. a) $D = \{(x, y)|x \in \mathbb{R}\backslash\{-\frac{1}{2}\} \wedge y \in \mathbb{R}\backslash\{0\}\},\ \ H\left(-1,\ \frac{1}{2},\ -12\right)$

b) $D = \{(x, y)|x \in \mathbb{R}\backslash\{0\} \wedge y \in \mathbb{R}\backslash\{0\}\}$, kein Extremum

934. $l = 9\,\text{cm},\ \ b = 9\,\text{cm},\ \ x = 1{,}5\,\text{cm},\ \ V_{max} = 54\,\text{cm}^3$

935. $l = 12\,\text{cm},\ \ b = 12\,\text{cm},\ \ x = 2\,\text{cm},\ \ A_{min} = 144\,\text{cm}^2$

936. $a = 5\,\text{cm},\ \ b = 5\,\text{cm},\ \ c = 5\,\text{cm},\ \ O_{min} = 150\,\text{cm}^2$

937. $x = \frac{x_1+x_2+x_3}{3},\ \ y = \frac{y_1+y_2+y_3}{3}$

938. $\alpha = 60°,\ \ h = 1{,}7\,\text{m}$

939. Lösungshinweis:
Es sind die partiellen Ableitung folgender Funktion in drei Variablen zu bilden:

$$F(a, b, c) = (ax_1^2 + bx_1 + c - y_1)^2 + (ax_2^2 + bx_2 + c - y_2)^2 + \ldots + \\ +(ax_{n-1}^2 + bx_{n-1} + c - y_{n-1})^2 + (ax_n^2 + bx_n + c - y_n)^2$$

940. Lösungshinweis:
Es sind die partiellen Ableitung folgender Funktion in vier Variablen zu bilden:

$$F(a, b, c, d) = (ax_1^3 + bx_1^2 + cx_1 + d - y_1)^2 + (ax_2^3 + bx_2^2 + cx_2 + d - y_2)^2 + \ldots + \\ +(ax_{n-1}^3 + bx_{n-1}^2 + cx_{n-1} + d - y_{n-1})^2 + (ax_n^3 + bx_n^2 + cx_n + d - y_n)^2$$

941.

Menge	ausgedrückt durch A, V und K	verbale Beschreibung	Beispiel
a) M_1	$A \setminus (V \cup K)$	Ausgaben, die weder Aufwand noch Kosten darstellen	Darlehensrückzahlung
b) M_2	$V \setminus (A \cup K)$	Aufwendungen, die weder Ausgaben noch Kosten darstellen	Bildung einer Investitionsrücklage
c) M_3	$K \setminus (A \cup V)$	Kosten, die weder Ausgaben noch Aufwand darstellen	Kalkulatorische Wagnisse[1]
d) M_4	$(A \cap V) \setminus K$	Sowohl Ausgabe als auch Aufwand, aber keine Kosten	Zahlung für die Behebung eines Schadens[1]
e) M_5	$(A \cap K) \setminus V$	Sowohl Ausgabe als auch Kosten, aber kein Aufwand	Geldentnahme des im Betrieb tätigen Unternehmers („Unternehmerlohn“)
f) M_6	$(V \cap K) \setminus A$	Sowohl Aufwand als auch Kosten, aber keine Ausgabe	Kauf von Verbrauchsmaterial auf Ziel
g) M_7	$A \cap V \cap K$	Sowohl Aufwand als auch Ausgabe als auch Kosten	Fertigungslöhne

942. **a)** $K(x) = 35x + 8000$ **b)** $D = [0, 1500]$

943. $K'(x) = 2ax + b \Rightarrow K''(x) = 2a$

Die Funktion $K'(x)$ bezeichnet den Kostenzuwachs für eine zusätzlich produzierte Mengeneinheit. Für $x > 0$ ist $K'(x)$ durchwegs positiv. Die Ableitung von $K'(x)$ – also $K''(x)$ – gibt an, welcher Veränderungstendenz die Grenzkosten $K'(x)$ unterworfen sind.

Für steigende Zuwächse (progressiv) gilt: $K''(x) > 0 \Rightarrow 2a > 0 \Rightarrow \underline{a > 0}$

Für fallende Zuwächse (degressiv) gilt: $K''(x) < 0 \Rightarrow 2a < 0 \Rightarrow \underline{a < 0}$

Man kann am Vorzeichen von a erkennen, ob ein progressiver oder degressiver Kostenverlauf vorliegt.

1) Schadensfälle treten i. A. in unregelmäßigen Abständen auf. In der Kostenrechnung berücksichtigt man einen Durchschnittswert, der als „kalkulatorisches Wagnis“ bezeichnet wird.

944. a) $x = -\frac{b}{3a}$ **b)** $b^2 < 3ac$

c) Von **b)** weiß man: $b^2 < 3ac$ b^2 ist immer positiv $\Rightarrow \underline{3ac > 0}$

c ist immer positiv $\Rightarrow \underline{a > 0}$

Von **a)** weiß man: $-\frac{b}{3a} > 0 \quad | \cdot 3a$

$-b > 3a \Rightarrow -b > 0 \Rightarrow \underline{b < 0}$

945. a) (1) $K(x) = 52{,}25x + 479$ (2) $K(x) = 0{,}134x^2 + 49{,}036x + 494$

(3) $K(x) = 0{,}026x^3 - 0{,}803x^2 + 58{,}869x + 466$

b) Kubische Kostenfunktion

946. 195 ME 1099,20 GE/ME

947. a) 43,17 GE/ME **b)** 243,66 GE/ME

948. a) 51,26 GE/ME **b)** 156,48 GE/ME

949. a) 252,73 GE/ME **b)** 174,35 GE/ME

950. a) 777,03 GE/ME **b)** 1143,75 GE/ME

951. —

952. —

953. a) 200 ME, 12 000 GE **b)** 117 ME, 4212 GE

954. a) 200 ME, 6000 GE **b)** 200 ME, 6000 GE

955. a) 160 ME, 4000 GE **b)** 625 ME, 13 125 GE

956. a) 150 ME, 10 500 GE **b)** 4000 ME, 140 000 GE

957. a) 2000 ME, 48 000 GE **b)** 500 ME, 24 000 GE

958. a) (1) 205 GE/ME (2) [300, 1200] (3) 30 375 GE

b) (1) 54,806 GE/ME (2) [61,25, 2932,75] (3) 3465 GE

959. a) (1) 152 GE/ME (2) [400, 1600] (3) 7200 GE

b) (1) 86 GE/ME (2) [900, 10 000] (3) 207 025 GE

960. a) (1) 64 GE/ME (2) [10, 490] (3) 5760 GE

b) (1) 64 GE/ME (2) [50, 5000] (3) 122 512,5 GE

961. a) (1) 58 GE/ME	(2) [200, 5000]	(3) 28 800 GE	
b) (1) 150 GE/ME	(2) [10, 1210]	(3) 180 000 GE	
962. a) (1) 96 GE/ME	(2) [450, 1250]	(3) 3200 GE	
b) (1) 71 GE/ME	(2) [180, 2000]	(3) 41 405 GE	
963. a) (1) 330 GE/ME	(2) [110, 621]	(3) 60 000 GE	(4) 66,67 ME
b) (1) 46,875 GE/ME	(2) [25, 199]	(3) 7490 GE	(4) 50 ME
964. a) (1) 133,75 GE/ME	(2) [113, 439]	(3) 7250 GE	(4) 100 ME
b) (1) 29 GE/ME	(2) [13, 167]	(3) 7830 GE	(4) 50 ME
965. a) (1) 65 GE/ME	(2) [74, 371]	(3) 17 000 GE	(4) 100 ME
b) (1) 193,75 GE/ME	(2) [42, 145]	(3) 5220 GE	(4) 30 ME
966. a) (1) 33 GE/ME	(2) [38, 199]	(3) 1773 GE	(4) 30 ME
b) (1) 94 GE/ME	(2) [28, 285]	(3) 33 048 GE	(4) 50 ME

967. a) (1) $\eta = 9$: elastische Nachfrage: Eine Preisänderung bewirkt eine relativ größere Nachfrageänderung.

(2) $\eta = 1$: weder elastisch noch unelastisch: Eine Preisänderung bewirkt eine Nachfrageänderung im gleichen Ausmaß.

(3) $\eta = 0{,}11$: unelastische Nachfrage: Eine Preisänderung bewirkt eine relativ geringe Nachfrageänderung.

(4) $\eta = 0$: Die Nachfrage ist gesättigt.

b) 100 GE **(c)** 50 ME

968. a) $\eta = 1$, da eine Preisänderung eine Nachfrageänderung im gleichen Ausmaß bewirkt.

b) $p(x) = -1{,}8x + 144$ **(c)** $p(x) = 0{,}01x^2 - 2{,}6x + 160$

d) $p(x) = \frac{79\,380}{x+170} - 306$

e) zu b) $144\ \frac{GM}{ME}$, 80 ME zu c) $160\ \frac{GE}{ME}$, 100 ME

zu d) $160{,}94\ \frac{GE}{ME}$, 89,412 ME

969. a) $\eta = -\frac{\Delta x}{x} : \frac{\Delta p}{p}$

b) $x > 0,\ \ p > 0$

Mit steigendem Preis wird die Nachfrage geringer.

Wenn $\Delta p > 0 \Rightarrow \Delta x < 0$

Wenn $\Delta p < 0 \Rightarrow \Delta x > 0$

Schlussfolgerung: Δp und Δx haben entgegengesetzte Vorzeichen.

c) $\eta = \lim_{\Delta p \to 0} \left(-\frac{\Delta x}{x} : \frac{\Delta p}{p}\right) = -\frac{dx}{x} : \frac{dp}{p}$ d) $\eta = -\frac{p(x)}{x} : \frac{dp(x)}{dx}$

970. a) 160 GE/ME, 100 ME, $0 \leqslant x \leqslant 100$ **b)** 112 GE/ME **c)** 40 ME **d)** 5,625

e) $E(x) = 0{,}01x^3 - 2{,}6x^2 + 160x, 0 \leqslant x \leqslant 100$

$E'(x) = 0{,}03x^2 - 5{,}2x + 160, 0 \leqslant x \leqslant 100$

f) 0 ME, 100 ME **g)** 40 ME, 72 GE/ME, 2880 GE

971. a) 840 GE/ME, 1750 ME **b)** $E(x) = \frac{43200x}{x+50} - 24x,\ 0 \leqslant x \leqslant 1750$

c) 120 GE/ME, 250 ME, 30000 GE

972. a) (1) 452 ME, 254 GE/ME (2) 101 252 GE (3) 480 ME, 240 GE/ME
(4) 115 200 GE (5) 1,124 (6) 960 ME (7) [2, 902]

b) (1) 60 ME, 120 GE/ME (2) 3720 GE (3) 80 ME, 96 GE/ME
(4) 7680 GE (5) 1,667 (6) 160 ME (7) [5, 115]

973. a) (1) 197 ME, 406 GE/ME (2) 1568 GE (3) 200 ME, 400 GE/ME
(4) 80 000 GE (5) 1,03 (6) 400 ME (7) [169, 225]

b) (1) 219 ME, 391,5 GE/ME (2) 40 837,5 GE (3) 240 ME, 360 GE/ME
(4) 86 400 GE (5) 1,192 (6) 480 ME (7) [54, 384]

974. a) (1) 185 ME, 312 GE/ME (2) 49 000 GE (3) 190 ME, 304 GE/ME
(4) 57 760 GE (5) 1,054 (6) 380 ME (7) [10, 360]

b) (1) 274 ME, 78,5 GE/ME (2) 11 025 GE (3) 294 ME, 73,5 GE/ME
(4) 21 609 GE (5) 1,146 (6) 588 ME (7) [64, 484]

975. a) (1) 1970 ME, 203 GE/ME (2) 380 250 GE (3) 2000 ME, 200 GE/ME
(4) 400 000 GE (5) 1,03 (6) 4000 ME (7) [20, 3920]

b) (1) 6100 ME, 39,5 GE/ME (2) 180 000 GE (3) 7000 ME, 35 GE/ME
(4) 245 000 GE (5) 1,295 (6) 14 000 ME (7) [100, 12 100]

976. a) (1) 1700 ME, 47,5 GE/ME (2) 70 560 GE (3) 1800 ME, 45 GE/ME
(4) 81 000 GE (5) 1,12 (6) 3600 ME (7) [20, 3380]

b) (1) 205 ME, 159 GE/ME (2) 8000 GE (3) 500 ME, 100 GE/ME
(4) 50 000 GE (5) 3,878 (6) 1000 ME (7) [5, 405]

977. (1) 1744 ME, 293,28 GE/ME (2) 264 992 GE (3) 2000 ME, 260 GE/ME
(4) 520 000 GE (5) 1,29 (6) 4000 ME (7) [288, 3200]

978. (1) 2460 ME, 300,9 GE/ME (2) 432 000 GE (3) 3000 ME, 255 GE/ME
(4) 765 000 GE (5) 1,439 (6) 6000 ME (7) [60, 4860]

979. (1) 173 ME, 132,96 GE/ME (2) 13 612,5 GE (3) 225 ME, 108 GE/ME
(4) 24 300 GE (5) 1,6 (6) 450 ME (7) [8, 338]

980. a) F = 15 GE
b) $K_v(x) = 0{,}1x^3 - 1{,}8x^2 + 14x$ $\bar{K}(x) = 0{,}1x^2 - 1{,}8x + 14 + \frac{15}{x}$
$\bar{K}_v(x) = 0{,}1x^2 - 1{,}8x + 14$ $K'(x) = 0{,}3x^2 - 3{,}6x + 14$
c) (1) Durchschnittskosten $\bar{K}(x)$ (2) variable Durchschnittskosten $\bar{K}_v(x)$
d) 6 ME **e)** 9,784 ME
f) 9 ME **h)** S_1......Betriebsoptimum, S_2......Betriebsminimum

981. $K(x) = 0{,}1x^3 - 3x^2 + 70x + 300$

982. a) $K(x) = -x^2 + 20x + 100$, 199 GE, 9 ME
b) $K(x) = 20x + 100$, 280 GE, 9 ME
c) $K(x) = x^2 + 20x + 100$, 361 GE, 9 ME

983. $K(x) = 2x^2 + 5x + 200$, $K_v(x) = 2x^2 + 5x$, $\bar{K}(x) = 2x + 5 + \frac{200}{x}$, $\bar{K}_v(x) = 2x + 5$

984. a) 10,933 ME, 31,21 GE **b)** [5, 15]
c) 10,933 ME, 46,21 GE **d)** 2,218 ME, 15,782 ME

985. a) 129,97 h, maximale Ausbringung = 2006,1 ME
b) 376,41 h, K_{min} = 0,2805 Euro
c) 186,22 h, G_{max} = 3105,49 Euro
d) 376,41 h, G_{max} = 1,62 Euro

986. a) r = 0,963 dm, h_{ges} = 1,9695 dm
b) $K(x) = 0{,}906x + 20\,000$
c) 146 840,– Euro, 1,49 Euro **d)** 1,37
e) $G(x) = 4{,}094x - 20\,000$ **f)** 553 160,– Euro

987. a) $K(x) = 20{,}95x + 111{,}51$ (lineare Regression),
$K(x) = 1{,}136x^2 + 14{,}136x + 119{,}46$ (quadratische Regression)
b) quadratische Regression **c)** 7,98 GE

988. a) $E(x) = 200x - 4x^2$, $p(x) = 200 - 4x$
b) $K(x) = 0{,}1x^3 - 2x^2 + 25x + 1450$, F = 1450 GE
c) C (18,39, 126,44), maximaler Gewinn 469,93 GE
d) 6,67 ME **e)** 25,93 ME **f)** 23,33 ME

989. **a)** C (30, 91), maximaler Gewinn 680 GE
b) Nutzschwelle 11,92 ME, Nutzgrenze 50 ME
c) 51,25 GE

990. **a)** $K(x) = 0{,}1x^2 + 0{,}4x + 1$ **b)** 3,16 ME, 1,03 GE

991. **a)** $K(x) = x^2 + 70x + 10\,000$ **b)** 50 ME, 200 ME

992. **a)** $K(x) = 0{,}01x^2 + 70x + 40\,000$, $p(x) = 280 - 0{,}04x$
b) 2,33

993. **a)** $K(x) = 0{,}02x^2 + 64x + 800$, $p(x) = 120 - 0{,}05x$
b) 14,55 bzw. 785,45

994. **a)** $K(x) = 0{,}07x^2 + 180x + 11\,200$, $p(x) = 450 - 0{,}2x$
b) 56 300 GE

995. **a)** $K(x) = x^3 - 30x^2 + 442x + 900$ **b)** 273,78 GE

996. **a)** $p(x) = 170 - 0{,}005x$ **b)** C (4500, 147,5)

997. **a)** $K(x) = 0{,}86x + 1479{,}84$, $p(x) = 26{,}0845 - 0{,}0841x$
b) 220 ME

998. **a)** $K(x) = 20x + 400$, $p(x) = 1000 - 10x$ **b)** 0,41 bzw. 97,59 ME
c) 1,04

999. **a)** $K(x) = 0{,}2x^2 + 21x + 720$, $p(x) = 63 - 0{,}1x$
b) 60 bzw. 45 GE
c) C (70, 56), maximaler Gewinn 750 GE
d) 20 bzw. 120 ME
e) 315 ME, 31,5 GE, maximaler Erlös 9922,5 GE
f) 8

1000. **a)** $K(x) = 0{,}005x^2 + 80x + 80\,000$, $p(x) = 170 - 0{,}005x$
b) 4000 ME bzw. 120 GE
c) C (4500, 147,5), maximaler Gewinn 122 500 GE
d) 1000 bzw. 8000 ME
e) 17 000 ME, 85 GE, maximaler Erlös 1 445 000 GE
f) 6,6

1001. **a)** $K(x) = x^3 - 5x^2 + 20x + 30$ **b)** 1,67 ME
c) 11,67 GE/ME

1002. a) $a_1 = 2,\ a_2 = -2,\ a_3 = -6,\ a_4 = -10,\ a_5 = -14,\ a_{30} = -114$

b) $b_1 = -\frac{1}{6},\ b_2 = -\frac{5}{36},\ b_3 = -\frac{19}{216},\ b_4 = -\frac{65}{1296},\ b_5 = -\frac{211}{7776},\ b_{30} = -9{,}31318 \cdot 10^{-10}$

c) $c_1 = 2,\ c_2 = 7,\ c_3 = 23,\ c_4 = 73,\ c_5 = 227,\ c_{30} = 205\,890\,595\,223\,737$

1003. a) $-\infty$ b) 0 c) ∞

1004. a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (2n)^2$ b) $\sum\limits_{n=1}^{50} (2n-1)$

1005. a) $\sum\limits_{n=1}^{5} (2n)^2$ b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

1006. a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$ b) $\sum\limits_{n=1}^{9} \left(\frac{1}{9}\right)^{n}$

1007. a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (2n+1)^4$ b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$

1008. a) $152\,092$ b) $250\,500$

1009. a) $166\,650$ b) $\frac{127}{64}$

1010. a) $1\,275$ b) $\frac{4}{3}$

1011. a) ∞ b) $\frac{3}{2}$

1012. a) 2 b) 24

1013. a) $-\frac{499}{50}$ b) 0

1014. a) ∞ b) $-\infty$

1015. a) -5 b) ∞

1016. a) 1 b) 0

1017. a) 0 b) 0

1018. a) 2 b) $-\frac{1}{\pi}$

1019. a) ∞ b) 1

1020. a) $\frac{3}{4}$ b) $-\frac{\sqrt{5}}{50}$ c) 294 d) $\frac{19}{6\sqrt[3]{2}}$

1021. a) $\frac{152}{3 \cdot \sqrt[3]{5}}$ b) $\frac{1168}{441}$ c) $\frac{27\sqrt{34}}{68} + \frac{9}{4}$ d) 0

1022. a) $-\frac{5}{x^2}$ b) $\frac{(\ln x+2)^2 x^{-\sqrt{x}}}{4x} + \frac{\ln x \cdot x^{-\sqrt{x}}}{4x^{3/2}}$

c) $\frac{\left(\frac{1}{x}\right)^{1/x}\left((2 \cdot \ln(\frac{1}{x})+3)x+(\ln(\frac{1}{x})+1)^2\right)}{x^4}$

d)
$$\frac{\left((e^{2x}+1)\ln(e^{2x}+1)+2xe^{2x}\right)^2 e^{x\ln(e^{2x}+1)-x^2}}{(e^{2x}+1)^2} + \Bigg(-2xe^{-x^2}\ln(e^{2x}+1) -$$
$$- \frac{2(2x^2-1)e^{-x^2+2x}}{e^{2x}+1} + \frac{2((2x+1)e^{2x}-2xe^{2x}+2x+1)e^{-x^2+2x}}{(e^{2x}+1)^2}\Bigg)(e^{2x}+1)^x +$$
$$+ \left(-2xe^{-x^2}\ln(e^{2x}+1) - \frac{4x^2e^{-x^2+2x}}{e^{2x}+1}\right)(e^{2x}+1) + (4x^2e^{-x^2} - 2e^{-x^2})(e^{2x}+1)^x$$

1023. a) $\frac{-5(5x^2+3)}{2(5x^2-3)^2}$ **b)** $\frac{3e^{\sqrt{x}}\cdot x}{16}+\frac{21e^{\sqrt{x}}\sqrt{x}}{16}+\frac{3e^{\sqrt{x}}}{2}$

c) $\frac{(\cos x - x\ln x\cdot\sin x)^2 x^{\cos x}}{x^2}+\left(-\ln x\cdot\cos x-\frac{\cos x}{x^2}-\frac{2\sin x}{x}\right)x^{\cos x}$

d) $\frac{\ln x(x\ln x\cos x+\sin x)^2 x^{\sin x}}{x^2}+$

$+\frac{(x\ln x(\ln x+1)\cos x - x\ln x(\ln x-1)\cos x + x\ln x\cdot\cos x-(x^2(\ln x)^2+\ln x-1)\sin x)x^{\sin x}}{x^2}+$

$+\frac{(x\ln x\cos x+\sin x)x^{\sin x}}{x^2}-\frac{x^{\sin x}}{x^2}$

1024. a) Minimum: (1,63299, −3,17732), Maximum: (−1,63299, 1,17732),

Nullstellen: $x_1 = 3{,}05135$, $x_2 = -0{,}517304$, $x_3 = -2{,}53407$

b) Minimum: (0, 1), Maximum: (±1,73, 5,5), Nullstellen: $x = \pm 2{,}51329$

c) Minimum: (3,28, −8,58), Maximum: (−1,43, 2,19),

Nullstellen: $x_1 = -2{,}53113$, $x_2 = 0$, $x_3 = 5{,}53113$

d) Minimum: (±3,4641, −0,33333), Maximum: (0, 5,666),

Nullstellen: $x_1 = -3{,}85077$, $x_2 = -3{,}02846$, $x_3 = 3{,}02846$, $x_4 = 3{,}85077$

1025. a) Minimum: (0,588235, 2,73638), Maximum: (−3,23607, −6,47214), keine Nullstell

b) kein Minimum, kein Maximum, Nullstellen: $x = \pm 1$

c) kein Minimum, kein Maximum, Nullstellen: $x_1 = -0{,}263763$, $x_2 = 1{,}26376$

d) Minimum: (0, −1), kein Maximum, Nullstellen: $x = \pm 1$

1026. a) (0, −1) **b)** (±0,912871, 3,26389)

c) (−1, 1) **d)** (3, 0)

1027. a) (0, 0) **b)** (−0,311717, 0,587593)

c) keine **d)** keine

1028. (für die Aufg. 1026) **a)** $y = 2x - 1$ **b)** $y = \pm 3{,}0429x + 6{,}04167$

c) $y = 0{,}2x + 1{,}2$ **d)** $y = -4{,}5x + 13{,}5$

(für die Aufg. 1027) **a)** $y = -8x$ **b)** $y = -1{,}14539x + 0{,}230557$

c) keine **d)** keine

1029. a) $\frac{(3x+4)^6}{18}$ **b)** $\frac{3(7x+5)^{4/3}}{28}$

c) $\frac{-e^{-4x+2}}{4}$ **d)** $\frac{-\cos 10x}{10}$

1030. a) $\frac{\ln(x^2+25)}{2}$ **b)** $\ln\left(\frac{(x-3)^8}{(|x-2|)^7}\right)$

c) $\frac{1}{84}\ln\left(\frac{(x+2)^{52}(|x-5|)^{39}}{(|x-1|)^7}\right)$ **d)** $\frac{1}{2}\ln\left(\frac{|x|}{|x+1|}\right)-\frac{\ln x}{2(x+1)^2}+\frac{1}{2(x+1)}$

1031. a) 1241,33 **b)** 1,35955 **c)** 80,6821 **d)** 0

1032. **a)** 0,07421 **b)** −2,89037 **c)** −0,749907 **d)** −0,596574

1033. **a)** −15,708 **b)** 7,85398 **c)** 15,708

1034. **a)** $\frac{2}{3}$ **b)** $\frac{16}{3}$

1035. **a)** 64 **b)** $\frac{1}{3}$

1036. **a)** $\frac{1}{6}$ **b)** $\frac{32}{3}$

1037. **a)** 37,5104 **b)** $-\frac{125}{6}$

1038. **a)** 0,14 **b)** 0,05 **c)** 5 %

1039. **a)** 150 **b)** 0,02 **c)** 2 %

1040. $v_u = 850$ km/h, $v_0 = 1150$ km/h

1041. Ja

1042. 0,02, $1 \pm 0{,}02$

1043. 0,02, $1 \pm 0{,}02$

1044. Nein, $t_u = 35{,}7°$, $t_0 = 37{,}9°$

1045. $F_u = 98\ m^2$, $F_0 = 102\ m^2$

1046. 3750 ± 250 KWh

1047. 110 ± 10 Km/h

1048. **a)** 150 **b)** 150

1049. **a)** 130 **b)** 130

1050. **a)** 150 **b)** 150

1051. 130

1052. 3,5 cm

1053. $\gamma = 95 \pm 1{,}5°$

1054. 3 ± 1 cm

1055. $33 \pm 1{,}5$ cm

1056. $20000\,(1 \pm 0{,}1)$ J, 20000 ± 2000 J

1057. $78\,(1 \pm 0{,}06)\ m^3$, $78 \pm 4{,}68\ m^3$

1058. $48000\ (1 \pm 0{,}1)\ cm^3$, $48000 \pm 4800\ cm^3$

1059. $R = 220\ (1 \pm 0{,}02)\,\Omega$, $R = 220 \pm 4{,}4\,\Omega$

1060. $h = 10\ (1 \pm 0{,}06)$ cm, $h = 10 \pm 0{,}6$ cm

1061. $3 \pm 0{,}03$ KWh

1062. $F = 52 \pm 3{,}1 \cdot m^2, \quad \Delta F = 3{,}1\ m^2$

1063. $\frac{mv^2}{2}\ (1 \pm 0{,}15), \quad \frac{mv^2}{2} \pm 0{,}08\,mv^2$

1064. $K_{10} = 2, \quad y = 100 \pm 20$

1065. $K_{10} = 5, \quad y = 100000 \pm 50000$

1066. $K_{20} = 10\pi, \quad A = 400\pi \pm 40\pi^2$

1067. $K_{20} = 2\pi, \quad u = 40\pi \pm 4\pi^2$

1068. $K_{20} = 4\pi, \quad u = \frac{32000}{3}\pi \pm \frac{6400}{3}\pi^2$

1069. $K_{10} = 1{,}2, \quad y = 17 \pm 2$

1070. $K_5 = 2{,}5, \quad y = 16 \pm 8$

1071. $K_{10} = 0{,}8, \quad -0{,}12 \pm 0{,}01$

1072. $K_x = 3, \quad y = 1000 \pm 300$

1073. $K_x = 0,47, \quad y = 4 \pm 0{,}12$

1074. $K_x = 2, \quad y = 0,01 \pm 0,002$

1075. $K_x = |\frac{3x^2-1}{x^2-1}|, \quad \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} < x < 0\right) \cup \left(0 < x < \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

1076. $K_6 = 2,4, \quad y = 2,1 \pm 0,5$

1077. **a)** $K_m = 1$ **b)** $K_v = 2$ (schlechte Kondition)

1078. **a)** 123000111 **b)** $1,23 \cdot 10^8$

c) $1,23 \cdot 10^8$ **d)** $1,23 \cdot 10^8$

1079. **a)** $1,11222333445 \cdot 10^{14}$ **b)** $1,11222333445 \cdot 10^{14}$

1080. **a)** 23,40 **b)** 500,3 **c)** $4,7 \cdot 10^{-9}$

d) $2,8 \cdot 10^9$ **e)** 0,0003 **f)** $2,467 \cdot 10^5$

1081.

Originalzahl x	abgeschnitten $\tilde{x}$	Gleitkommaformat $(\tilde{x})$	abs. Fehler $\Delta x = \lvert x - \tilde{x}\rvert$	rel. Fehler $\lvert\frac{\Delta x}{x}\rvert$
520178	520100	$5,201 \cdot 10^5$	78	0,00015
2000,4	2000,0	$2,0 \cdot 10^3$	0,4	0,0002
0,340217	0,3402	$3,402 \cdot 10^{-1}$	0,000017	0,00005

2000,4 hat den größten relativen Eingabefehler.

1082.

Originalzahl x	abgeschnitten $\tilde{x}$	Gleitkommaformat $(\tilde{x})$	abs. Fehler $\Delta x = \lvert x - \tilde{x}\rvert$	rel. Fehler $\lvert\frac{\Delta x}{x}\rvert$
920346	920300	$9{,}203 \cdot 10^5$	46	0,00005
5,0001	5,000	$5{,}000 \cdot 10^0$	0,0001	0,00002
0,02200	0,0220	$2{,}2 \cdot 10^{-2}$	0	0

920346 hat den größten relativen Eingabefehler.

1083. $9{,}9999999 \cdot 10^{99}$, $1{,}0000000 \cdot 10^{-99}$

1084. $9{,}9999999999999 \cdot 10^{999}$, $1{,}0000000000000 \cdot 10^{-999}$

1085.

	(x)	$(\tilde{x})$	$\Delta x = \lvert x - \tilde{x}\rvert$	$\lvert\frac{\Delta x}{x}\rvert$
a)	2,0943	2,094	0,0003	0,00014
b)	4,1052	4,105	0,0002	0,000049
c)	24004,8	24000	4,8	0,0002
d)	5000	5000,5	0,5	0,0001

c) hat den größten relativen Fehler.

1086.

	x	$(\tilde{x})$	$\Delta x = \lvert x - \tilde{x}\rvert$	$\lvert\frac{\Delta x}{x}\rvert$
Zahl 1	2045,6	2045	0,6	0,00029
Zahl 2	+ 36,974	+ 36,87	+ 0,004	0,00011
Summe	= 2082,47	$= 2081{,}87 \approx 2081$	1,47	0,00071

1087.

	x	$\tilde{x}$	$(\tilde{x})$	$\Delta x = \lvert x - \tilde{x}\rvert$	$\lvert\frac{\Delta x}{x}\rvert$
Zahl 1	5000,5	5000	$5 \cdot 10^3$	0,5	0,0001
Zahl 2	60,3012	60,30	$6{,}03 \cdot 10^1$	0,0012	0,00002
Summe	5060,8012	5060	$5{,}06 \cdot 10^3$	0,8012	0,0002

1088.

	x	$\tilde{x}$	$\Delta x = \lvert x - \tilde{x}\rvert$	$\lvert\frac{\Delta x}{x}\rvert$
Zahl 1	401,57	401,5	0,07	0,00017
Zahl 2	– 400,92	400,9	0,02	0,00005
Differenz	0,65	0,6	0,05	0,077

1089.

	Originalzahl x	abgeschnitten $\tilde{x}$	Gleitkomma-format ($\tilde{x}$)	abs. Fehler ($\Delta x = \lvert x - \tilde{x} \rvert$)	rel. Fehler ($\lvert \frac{\Delta x}{x} \rvert$)
Zahl 1	5000,1	5000	$5 \cdot 10^3$	0,1	0,00002
Zahl 2	4990,9	4990	$4{,}99 \cdot 10^3$	0,9	0,00018
—	9,2	10	$1 \cdot 10^1$	0,8	0,087

1090.

	exakt (x)	interne Darstellung ($\tilde{x}$)	abs. Fehler ($\Delta x = \lvert x - \tilde{x} \rvert$)	rel. Fehler ($\lvert \frac{\Delta x}{x} \rvert$)
Zahl 1	2500,5	2500	0,5	0,0002
Zahl 2	$*$ 6,0009	$*$ 6,000	0,0009	0,00015
Produkt	= 15005,25045	= 15000	5,25045	0,00035

1091.

	exakt (x)	interne Darstellung ($\tilde{x}$)	abs. Fehler ($\Delta x = \lvert x - \tilde{x} \rvert$)	rel. Fehler ($\lvert \frac{\Delta x}{x} \rvert$)
Zahl 1	80,408	80,40	0,008	0,0000994
Zahl 2	:100,01	100,0	0,01	0,0000999
Quotient	0,8039960004	0,8039	0,000096	0,00012

1092.

	exakt (x)	interne Darstellung ($\tilde{x}$)	abs. Fehler ($\Delta x = \lvert x - \tilde{x} \rvert$)	rel. Fehler ($\lvert \frac{\Delta x}{x} \rvert$)
a	2,5005	2,500	0,0005	0,0001996
b	$*$ 120,02	120,0	0,02	0,0001666
$a \cdot b$	= 300,11001	300,1	0,01	0,0000333
c	− 300,15	− 300,1	0,05	0,0001665
$= a \cdot b - c$	− 0,03999	≈ 0	$\approx -0{,}04$	1,00025

1093. **a)** 0,26 **b)** 0,2556

1094. **a)** — **b)** Term (2)

1095. **a)** — **b)** Term (2) ist stabiler, weil bei Term (1) mehrmals gerundet wird.

1096. **a)** — **b)** Term (1) ist stabiler, weil bei Term (2) mehrmals gerundet wird.
c) Es gibt eine weitere Möglichkeit, diese ist nicht numerisch stabiler.

1097. a) — **b)** Term (2)

1098. a) — **b)** Term (1)

1099. a) 18875 **b)** 18875

1100. a) 5833,33 € **b)** 5833,33 €

1101. a) 0,28798 **b)** 0,13251

1102. a) $a = 0{,}015464$ $b = -0{,}052372$ $c = -1{,}40376$ $d = 2{,}66408$

b) $0{,}015464x^3 - 0{,}052372x^2 - 1{,}40376x + 2{,}66408$

1103. a) (1) $-1{,}2419$ (2) $-1{,}2419$

b) (1) 0 (2) $-2{,}72951 \cdot 10^{-10}$

b) (1) 3,34788 (2) 3,34788

b) (1) $-0{,}703467$ (2) $-0{,}703467$

1104. a) (1) 0,739085 (2) 0,739085

b) (1) 0,106103 (2) 0,106103

1105. a) $-0{,}769292$ **b)** Konvergiert nicht

c) Konvergiert nicht **d)** Konvergiert nicht

Der günstigste Startwert ist $x_0 = -1$.

1106. 3,56155

1107. 1 %

1108. a) $7\ln 4 - 6$ **b)** 6,70493975654

c) 6,58010080278 **d)** 6,58010080278

e) $3{,}47222222222 \cdot 10^{-8}$

1109. a) 10 **b)** 10 **c)** 10 **d)** 10 **e)** 0 **f)** 0

1110. a) 1,47573058254 **b)** 1,46265 **c)** 1,46265174591

1111. a) 0,999999426268 **b)** 1,00 000 000 002 **c)** 1 **d)** $5{,}73 \cdot 10^{-5}$

e) (b) $2{,}31 \cdot 10^{-11}$ (c) 0 (d) $5{,}73 \cdot 10^{-7}$

1112. a) 0,471043886675 **b)** 0,471238898038

1113. —